

Serie 1

1. Löse

a) $y' = \frac{2x^3 + y^3}{3xy^2}$.

b) $y' = (x + y)^2$.

2. Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie konvergieren:

a) $\int_{-\infty}^0 \frac{x}{1+x^2} dx$,

d) $\int_{-100}^{100} |x|^{-1/2} dx$,

b) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$,

e) $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}$ für $a < b$.

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$,

3. Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, ohne Sie zu berechnen.

a) $\int_0^{\frac{1}{\pi}} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

c) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{x} dx$

b) $\int_0^1 \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right) dx$

4. Zeigen Sie durch Vergleich mit dem Integral $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^s}$, dass die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^s}$ für $s \leq 1$ divergiert.

Online-Abgabe

5. Frage 1

Gegeben sei eine lineare und homogene Differentialgleichung, welche $y(x) = \sin x$ als Lösung besitzt. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- $y(x) = \sin x + 1$ ist ebenfalls eine Lösung.
- $y(x) = \sin 2x$ ist ebenfalls eine Lösung.
- $y(x) = 2 \sin x$ ist ebenfalls eine Lösung.

Frage 2

Die Differentialgleichung

$$y'^2 - 2y' + 2 = \frac{y}{x}$$

- ist separierbar.
- ist homogen.
- ist linear.
- ist unlösbar.
- ist von der Ordnung 2.

Frage 3

Welche der folgenden Differentialgleichungen ist linear?

- $y' + y^2 + x = 0$
- $y'^2 + y + x = 0$
- $y' + x^2y = 0$
- $y' + xy^2 = 0$