Serie 8

Die erste Aufgabe ist eine Multiple-Choice-Aufgabe (MC-Aufgabe), die Online gelöst wird. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zur Online MC-Fragen bis **Freitag, den 03.05.2013 um 14.00 Uhr** ab.
Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!
Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: Donnerstag, den 02.05.2013 oder Freitag, den 03.05.2013 während der Übungsstunde.
Homepage der Vorlesung:
https://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2013/other/analysis2_mavt_matl/

---

1. **Frage 1**

Klicken Sie die **falsche** Aussage an:

Die Differenzialgleichung $\frac{x^2}{2}y'' - xy' + y = 0$

- ◯ besitzt die Funktion $y : x \to x$ als Lösung;
- ◯ besitzt die Funktion $y : x \to x^2$ als Lösung;
- ◯ besitzt unendlich viele Lösungen;
- ◯ besitzt genau zwei Lösungen.

Frage 2

Was ist die Ordnung einer Differenzialgleichung für eine Funktion y von x?

- ◯ Die höchste Potenz von y, die in der Gleichung auftritt.
- ◯ Die höchste Ableitung von y, die in der Gleichung auftritt.
- ◯ Der höchste Grad eines Polynoms in y und x, das in der Gleichung auftritt.

Bitte wenden!

Frage 3

Betrachten Sie die Tangente an den Graphen der Funktion $x \mapsto y(x)$ im Punkt $(x, y(x))$. Wie lautet die Differenzialgleichung dafür, dass diese Tangente die x-Achse im vorgegebenen Abstand c vom Punkt $(x, 0)$ schneidet?

- ◯ $x - \frac{y}{y'} = c$
- ◯ $\frac{y}{y'} = c$
- ◯ $yy' = c$
- ◯ $\left|\frac{y}{y'}\right| = c$

Frage 4

Welche Substitution macht die folgende Differenzialgleichung separierbar?

$$y' + \frac{y}{x} = xy^2$$

- ◯ $y = ux$
- ◯ $y = u/x$
- ◯ $y = 1/u$
- ◯ $y = x/u$

Frage 5

Wählen Sie die passende separierte Form für die Differenzialgleichung $y' = \log(x+1)y + \log(x+1)$.

- ◯ $\frac{y'}{y+1} = \log(x+1)$.
- ◯ $\frac{y'}{y} = \log(x+1) + 1$.
- ◯ $yy' = \log(x+1)$.

Frage 6

Welche der folgenden Aussagen stimmt?

- ◯ Jede separierbare Differenzialgleichung ist eine homogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung.
- ◯ Jede separierbare Differenzialgleichung ist eine lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung.
- ◯ Jede lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung ist separierbar.
- ◯ Jede homogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung ist separierbar.

Frage 7

[Prüfung Winter 2013] Bestimmen Sie das Arbeitsintegral $\int_\gamma \vec{v} \cdot d\vec{r}$ des Vektorfelds

$$\vec{v}(x,y,z) = \left(e^{y^2} + e^{z^2},\ \ (2z+1)xe^{z^2} + (2x+1)ye^{y^2},\ \ xyze^{x^2+y^2}\right)$$

entlang des geschlossenen Wegs γ, bestehend aus den Seiten des Dreiecks mit Eckpunkten $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(-1,0,0)$, im Gegeuhrzeigersinn.

- ◯ 1
- ◯ -1
- ◯ 2

Bitte wenden!

Frage 8

[Prüfung Winter 2013] Ein stetig differenzierbares Vektorfeld $\vec{v}(x, y, z)$ mit Definitionsbereich $\mathbb{R}^3$ erfülle $\operatorname{rot} \vec{v}(x, y, z) = 0$ für alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Was folgt?

- ◯ Es gibt eine Funktion $f(x, y, z)$ mit $\vec{v} = \operatorname{grad} f$.
- ◯ Der Fluss $\int_D \vec{v} \cdot \vec{n} dF$ durch jede Kreisscheibe D in der xy-Ebene verschwindet.
- ◯ Der Fluss $\int_S v \cdot \vec{n} dF$ durch jede Kugeloberfläche S verschwindet.
- ◯ Die Arbeit $\int_\gamma \vec{v} \cdot d\vec{r}$ entlang jedes geschlossenen Wegs γ verschwindet.

2. Bestimmen Sie die durch den Punkt $P = (0, 1)$ gehende Lösungskurve der Differenzialgleichung

$$\left(x^2 + 3\right) y' + 2xy = x.$$

3. Finden Sie die Lösung $t \mapsto x(t)$ der Differenzialgleichung

$$\ddot{x} = -\dot{x}^2 + 1$$

mit Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = 0$, und diskutieren Sie das Verhalten der Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ für $t \to \infty$.

Hinweis: Betrachten Sie zuerst $v(t) = \dot{x}(t)$.

4. [Prüfung Winter 2013] Finden Sie die Lösung $x(t)$ des Anfangswertproblems

$$\begin{gathered} \ddot{x} + \dot{x}^2 = -1 \\ x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0, \end{gathered}$$

und bestimmen Sie das maximale Intervall, das 0 enthält und auf welchem die Lösung $x(t)$ definiert ist.