

Online-Test Ausgleichsrechnung

Dieser Online-Test ersetzt die Serie 8 und prüft den Stoff der Vorlesung vom 25. April bzw. der Youtube-Videos - die Ausgleichsrechnung.
Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Donnerstag, den 2. Mai um 12:00 Uhr** ab.

Diese Frage dient der statistischen Auswertung, bitte kreuzen Sie genau eine Option an.

- ☐ Ich habe die Vorlesung besucht und die Videos angeschaut.
- ☐ Ich habe nur die Vorlesung besucht.
- ☐ Ich habe nur die Videos angeschaut.
- ☐ Ich habe weder die Vorlesung besucht noch die Videos angeschaut.

Aufgabe 1

Wahr oder falsch: Im Lösungspunkt einer linearen Ausgleichsaufgabe $Ax - c = r$ steht der Residuenvektor r senkrecht auf dem Bildraum von A .

- ☐ Wahr.
- ☐ Falsch.

Aufgabe 2

Wahr oder falsch: Eine lineare Ausgleichsaufgabe hat immer genau eine Lösung; sie minimiert den Fehlervektor.

- ☐ Wahr.
- ☐ Falsch.

Aufgabe 3

Wahr oder falsch: Falls der Messvektor c einer linearen Ausgleichsaufgabe $Ax - c = r$ im Spaltenraum der Koeffizientenmatrix A liegt, so ist der minimale Residuenvektor r gleich dem Nullvektor.

- ☐ Wahr.
- ☐ Falsch.

Aufgabe 4

Bei einem Modellbaumotor wurde die Abhängigkeit zwischen der Drehzahl X (in $1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$) und der Leistung Y (in kW) untersucht. Es ergab sich das folgende Messprotokoll:

1. Messung: $X_1 = 1; Y_1 = 1$
2. Messung: $X_2 = 2; Y_2 = 2$
3. Messung: $X_3 = 4; Y_3 = 3.$

Bestimmen Sie die zugehörige Ausgleichsgerade $y = ax + b$: Die Fehlergleichungen hierfür lauten

$$aX_i + b - Y_i = r_i$$

für $i = 1, 2, 3$.

- ☐ $a = \frac{3}{11}; b = \frac{1}{2}.$
- ☐ $a = \frac{3}{4}; b = \frac{3}{5}.$
- ☐ $a = \frac{3}{5}; b = \frac{9}{14}.$
- ☐ $a = \frac{9}{14}; b = \frac{1}{2}.$

Aufgabe 5

Lösen Sie von Hand folgendes Ausgleichsproblem mit der QR-Zerlegung:

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & - & 1 & = & r_1 \\ & & x_2 & - & 3 & = & r_2 \\ & & x_2 & - & 4 & = & r_3. \end{array}$$

Schreiben Sie dazu das Problem in der Form $Ax - c = r$, bestimmen Sie die QR-Zerlegung $A = QR$ mit Hilfe einer geeigneten Givens-Rotation sowie den Vektor $d = Q^\top c$, und bestimmen Sie schliesslich die Lösung $x \in \mathbb{R}^2$ des Ausgleichsproblems.

- ☐ $x = \begin{pmatrix} \frac{-5}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}.$
- ☐ $x = \begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$
- ☐ $x = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}.$
- ☐ $x = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$