Serie 12

Diese Serie ist fakultativ. Füllen Sie aber bitte die Umfrage zum Lernexperiment aus. Vielen Dank!
Der Abgabetermin für den Fragebogen und die Onlineaufgabe ist **Freitag, der 31. Mai um 14:00 Uhr**. Es findet **keine** Abgabe der schriftlichen Aufgaben statt.

Umfrage zum Video-Lernexperiment

Haben Ihnen die Videos beim Verständnis des Stoffes geholfen?

- ◯ Ja
- ◯ Eher Ja
- ◯ Eher Nein
- ◯ Nein

Was war es, was Ihrer Meinung nach geholfen hat den Stoff anhand der Videos zu erarbeiten? (Keine oder mehrere Antworten möglich.)

- ◯ Selbstständiges Betrachten, kein sozialer Druck
- ◯ Betrachten der Videos im eigenen Lerntempo (Überspringen / Anhalten / Wiederholen)
- ◯ Einfache Darstellung der Videos
- ◯ Kurze Dauer der Videos
- ◯ Handschriftliche Darstellung
- ◯ Zeitliche Unabhängigkeit: Man kann die Videos betrachten, wann man möchte.
- ◯ Örtliche Unabhängigkeit: Man kann die Videos betrachten, wo man möchte.

Wie empfanden Sie die Geschwindigkeit in den Videos?

- ◯ Zu langsam
- ◯ Gerade richtig
- ◯ Zu schnell

Würden Sie die Vorlesung trotzdem noch besuchen, falls solche Videos immer angeboten würden?

◯ Immer

◯ Meistens

◯ Gelegentlich

◯ Nie

Bemerkung zu den folgenden zwei Fragen: Am 24. Mai wird, zusätzlich zur Musterlösung der Serie 11 als PDF, ein neues Video auf dem Youtube-Kanal youtube.com/user/ethlinalgtube veröffentlicht. Es ist eine Video-Musterlösung zur Aufgabe 2. Sie können die folgenden Fragen aber auch hypothetisch beantworten, falls Sie keine Zeit finden das Video zu betrachten.

Wenn Sie zwischen Musterlösungen als PDF oder als Video wählen müssten, was würden Sie bevorzugen?

◯ PDF

◯ Video

Was ist Ihres Erachtens hilfreicher?

◯ Theorie-Videos

◯ Musterlösungs-Videos

Wünschen Sie sich auch für andere Themen und Fächer solche Videos?

◯ Ja

◯ Nein

Könnten Sie sich vorstellen einen ganzen Kurs in Form von solchen Videos zu betrachten?

◯ Ja

◯ Nein

Wie wichtig ist Ihnen die Vorlesung als Social Event? (Kontakt zu Mitstudierenden, zum Dozenten)

◯ Sehr wichtig

◯ Eher wichtig

◯ Eher nicht wichtig

◯ Nicht wichtig

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie die Dimension des Lösungsraums des folgenden Differentialgleichungssystems!

$$\begin{aligned} y_1'' &= y_1 + y_2' \\ y_2''' &= y_1' \end{aligned}$$

- ◯ 2
- ◯ 3
- ◯ 5
- ◯ 6

b) Für die Wronski-Determinante W zweier reeller Funktionen ϕ_1, ϕ_2 gelte $W(0) = 1$ und $W(1) = -1$. Jemand behauptet, (ϕ_1, ϕ_2) sei die Basis des Lösungsraums einer homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung. Kann diese Behauptung zutreffen?

- ◯ Ja.
- ◯ Nein.

c) Seien S_I und S_H die Lösungsräume einer linearen, (echt) inhomogenen und der dazugehörigen homogenen Differentialgleichung. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- ◯ $S_H \cap S_I$ ist leer.
- ◯ $S_H \cap S_I = \{0\}$.
- ◯ $S_H \cap S_I$ ist ein Vektorraum.

Aufgabe 2

a) Man verwandle das lineare System zweiter Ordnung für die Funktionen $y(x)$ und $z(x)$

$$\begin{aligned} y'' &= xy + y' + e^x z \\ z'' &= y - x^2 y' + \sin(x) z' \end{aligned}$$

in ein lineares System 1. Ordnung.

b) Welche Dimension hat der Lösungsraum?

Aufgabe 3

Der angeregte harmonische Oszillator:

$$Y' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} Y + \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(t) \end{pmatrix}$$

beschreibt einen periodisch angeregten harmonischen Oszillator mit der Grundfrequenz $\omega \neq 1$ und $\omega \neq 0$.

a) Man bestimme eine Basis des Lösungsraums des homogenen Systems.
Hinweis: Siehe Folien zur Vorlesung vom 2. Mai.

b) Man bestimme eine partikuläre Lösung.
Hinweis: Ansatz $Y(t) = c \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix}$.

c) Man bestimme die allgemeine Lösung des angeregten Systems.

Aufgabe 4

Der gedämpfte harmonische Oszillator:

$$y'' = -\omega^2 y - y'$$

beschreibt einen durch Reibung gedämpften harmonischen Oszillator bei unterkritischer Dämpfung (d.h. $\omega > \frac{1}{2}$).

a) Man bestimme eine Basis des Lösungsraums.

b) Man berechne die Wronski-Determinante für die gewählte Basis.

c) Man gebe die allgemeine Lösung der gegebenen Differentialgleichung 2. Ordnung an.