

Serie 3

Neben den Aufgaben dieser Serie empfehlen wir Ihnen aus Papula Bd. 2 III

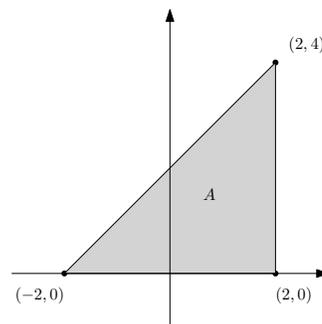
- zu Abschnitt 2 die Übungsaufgaben 25, 27, 29 und 30,
- zu Abschnitt 3 die Übungsaufgaben 1, 3 und 19.

1. Bestimmen Sie die globalen Extrema folgender Funktionen von mehreren, durch die jeweils angegebenen Beziehungen miteinander verknüpften Veränderlichen:

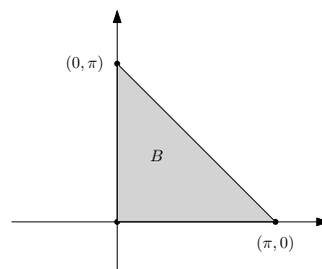
- $f(x, y) = xy, \quad x^2 + y^2 = 1.$
- $g(x, y, z) = xyz, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 3.$
- $g(x, y, z) = xyz, \quad x + y + z = 5, \quad xy + xz + yz = 8.$

2. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf dem jeweils angegebenen Bereich auf globale Extrema:

- $f(x, y) = x^2 - y^2 - 2x + 4y$
auf dem abgeschlossenen Bereich A , der durch die drei Geraden
 $x = 2, \quad y = 0, \quad \text{und} \quad y - x = 2$
begrenzt wird.



- $g(x, y) = \sin x \sin y$
auf dem abgeschlossenen Bereich B , der durch die drei Geraden
 $x = 0, \quad y = 0, \quad \text{und} \quad x + y = \pi$
begrenzt wird.



Bitte wenden!

3. Es bezeichne Q das Quadrat

$$Q = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, y \leq 1 \}$$

Berechnen Sie den Wert der folgenden Doppelintegrale:

a) $\iint_Q e^{x+y} dx dy$

b) $\iint_Q \frac{x^2}{1+y^2} dx dy$

c) $\iint_Q \frac{1}{(x+y+1)^2} dx dy$

d) $\iint_Q \frac{y}{(1+x^2+y^2)^{3/2}} dx dy$

4. Berechnen Sie die folgenden Doppelintegrale:

a) $\iint_A x^3 y^2 dx dy$, A : die Kreisscheibe $x^2 + y^2 \leq R^2$ für $R > 0$.

b) $\iint_B (x^2 + y) dx dy$, B : der von $x = y^2$ und $x^2 = y$ begrenzte Bereich.

c) $\iint_C \frac{x^2}{y^2} dx dy$, C : der von $x = 2$, $y = x$ und $xy = 1$ begrenzte Bereich.

d) $\iint_D \cos(x+y) dx dy$, D : der von $x = 0$, $y = \pi$, $y = x$ begrenzte Bereich.