Serie 5

Taylorentwicklung

1. Bestimmen Sie die Taylorentwicklung vom Grad 2 für die Funktionen

a) $f(x,y) = \dfrac{1}{xy}$ im Punkt $(1,2)$,

b) $g(x,y,z) = z\mathrm{e}^{\frac{x}{y}}$ im Punkt $(1,1,1)$.

Lokale Extrema

2. Berechnen Sie alle kritischen Punkte der Funktion

$$f(x,y) = x\,y^2 - \cos x$$

und bestimmen Sie, sofern sie nicht ausgeartet sind, deren Typ .

3. Für jedes $\lambda \in \mathbb{R}$ hat die Funktion

$$f_\lambda(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda yz + x^4 + y^4 + z^4\ ,$$

einen kritischen Punkt im Ursprung. Klassifizieren Sie den Typ dieses kritischen Punkts. Wenn er ausgeartet ist, liegt dann trotzdem ein lokales Extremum vor?

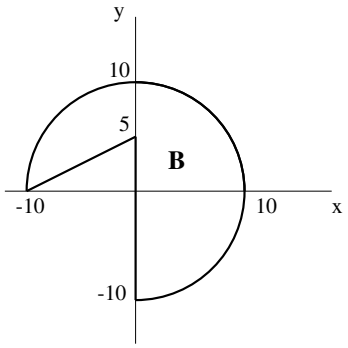
Bitte wenden!

Globale Extrema

4. Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 8x - 6y$$

auf dem Bereich B der untenstehenden Figur.



Multiple-Choice-Aufgaben

1. Wie viele verschiedene m-te partielle Ableitungen besitzt eine m-fach stetig differenzierbare Funktion von zwei Variablen im Allgemeinen?

(a) m

(b) $m + 1$

(c) m^2

(d) 2^m

(e) $m!$

Siehe nächstes Blatt!

2. Die Matrix $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ ist

(a) positiv definit.

(b) positiv semidefinit.

(c) negativ definit.

(d) negativ semidefinit.

(e) indefinit.

3. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(a) Jede Funktion auf einer kompakten Teilmenge des $\mathbb{R}^n$ besitzt ein Maximum.

(b) Jeder nichtausgeartete kritische Punkt ist ein lokales Maximum oder ein lokales Minimum.

(c) Jedes lokale Minimum ist ein nichtausgearteter kritischer Punkt.

(d) Keine der obigen Aussagen ist korrekt.

Bitte wenden!

4. Betrachte eine beliebig oft differenzierbare Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Die Taylorreihe von f im Ursprung stellt die Funktion f dar, ...

(a) immer.

(b) wenn die Taylorreihe überall konvergiert.

(c) wenn die Funktion überall $f(x, y) \geq 0$ erfüllt.

(d) wenn alle Koeffizienten der Taylorreihe ≥ 0 sind.

(e) wenn die Funktion $x + iy \mapsto f(x, y)$ der Realteil einer komplex differenzierbaren Funktion ist.

(f) in keinem der genannten Fälle.