

Zusatzserie 6

Abgabe der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 16. Mai 2008** in der Vorlesung

1. Wir betrachten die **Buchstaben**: A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,N,O,P,Q,R,S,T,U,V,W,X,Y,Z.

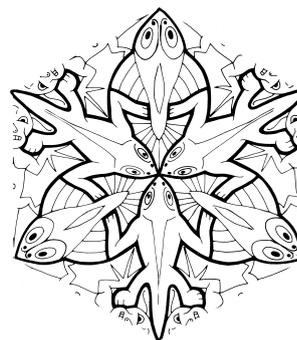
- (a) Ordnen Sie alle ihrer jeweiligen Symmetriegruppe  $ID_1, \dots, C_1, \dots$  zu.
- (b) Bilden Sie aus den obigen Grossbuchstaben dreibuchstabile Wörter, so dass das entsprechende Wort als Ganzes die folgende Symmetriegruppe besitzt:
  - (b1)  $ID_1$ ,      (b2)  $ID_2$ ,      (b3)  $C_2$

2.  $Symm(\Omega_1)$  bzw.  $Symm(\Omega_2)$  bezeichnet die Menge aller **Symmetrietransformationen** der Figur  $\Omega_1$  bzw. der Figur  $\Omega_2$ . (kleine Zeichnungengenauigkeiten bitte ignorieren, Färbung berücksichtigen)

- (a) Ermitteln Sie  $Symm(\Omega_1)$  und  $Symm(\Omega_2)$ . (Führen Sie geeignete Bezeichnungen ein.)
- (b) Stellen Sie von  $Symm(\Omega_1)$  die zugehörige Gruppentafel auf.
- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe von dieser Gruppentafel alle Lösungen  $X$  (Symmetrietransformationen von  $\Omega_1$ ) der folgenden Gleichungen:
  - (c1)  $R_{Z,120^\circ} \circ X = I$  ,      (c2)  $X \circ X = R_{Z,120^\circ}$  ,      (c3)  $X \circ X \circ X = I$



Figur  $\Omega_1$



Figur  $\Omega_2$

3. Die Menge der **Symmetrietransformationen**  $Symm(\Omega)$  einer ebenen Figur  $\Omega$  sei gegeben durch  $Symm(\Omega) = \{I, X_1, X_2, X_3, X_4\}$ .

- (a) Vervollständigen Sie die abgebildete Tafel, so dass eine Gruppe entsteht.

$\circ$	$I$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$I$					
$X_1$		$X_2$	$X_3$		
$X_2$		$X_3$			
$X_3$					
$X_4$					

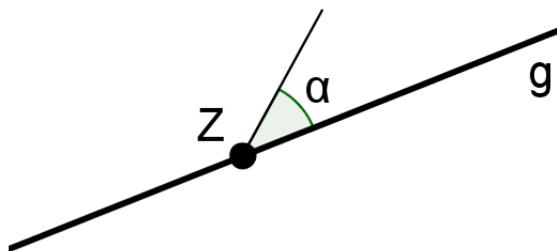
- (b) Skizzieren Sie eine ebene Figur, welche die obige Symmetriegruppe besitzt. Führen Sie anschliessend geeignete Bezeichnungen ein und geben Sie eine mögliche ‘Lösung’ für  $X_1, X_2, X_3$  und  $X_4$  an.

Zusatzserie 6

---

4. **Rotation und Geradenspiegelung:** Das Rotationszentrum  $Z$  liegt auf der Spiegelungsgeraden  $g$ , für den Drehwinkel  $\alpha$  gilt  $0 < \alpha < 360^\circ$ .

- (a) Untersuchen Sie die Verkettung  $R_{Z,\alpha} \circ S_g$  der Geradenspiegelung  $S_g$  und der Rotation  $R_{Z,\alpha}$ . Anleitung: Mit Hilfe von Satz 2.9 (vgl. Skript zur Vorlesung) bestimmen Sie den ‘Typ’ der Kongruenztransformation und mit Hilfe der Bilder  $P' = S_g(P)$  und  $P'' = R_{Z,\alpha}(P')$  eines gewählten Punktes  $P$  die Lage des bestimmenden Elements.
- (b) Untersuchen Sie die Spezialfälle  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 180^\circ$  sowie die Verkettung  $S_g \circ R_{Z,\alpha}$  (‘zuerst  $S_g$ , dann  $R_{Z,\alpha}$ ’).



5. Bezeichne  $\text{Symm}(\Omega)$  die Menge aller Symmetrietransformationen der **Symmetriegruppe** der ebenen Figur  $\Omega$  und  $Z$  einen Punkt von  $\Omega$ . Von der Menge  $\text{Symm}(\Omega)$  ist bekannt, dass sie die Rotation  $R_{Z,90^\circ}$  umfasst.

- (a) Welche Elemente umfasst  $\text{Symm}(\Omega)$  im Minimum? Geben Sie ferner von jedem Element an (ohne Beweis), wie es durch Verkettungen von  $R_{Z,90^\circ}$  erzeugt werden kann.
- (b) Skizzieren Sie eine Figur  $\Omega$  mit der Symmetriegruppe aus Teilaufgabe (a). ( $Z$  angeben!)
- (c)  $\text{Symm}(\Omega)$  umfasse neben  $R_{Z,90^\circ}$  auch noch die Spiegelung  $S_g$ , wobei die Gerade  $g$  durch  $Z$  geht. Welche Elemente umfasst nun  $\text{Symm}(\Omega)$  mindestens? Geben Sie ferner von jedem Element an (ohne Beweis), wie es durch Verkettungen von  $R_{Z,90^\circ}$  und  $S_g$  erzeugt werden kann.
- (d) Skizzieren Sie eine Figur  $\Omega$  mit der Symmetriegruppe aus (c). ( $Z$  und  $g$  angeben!)

