

Zusatzserie 6

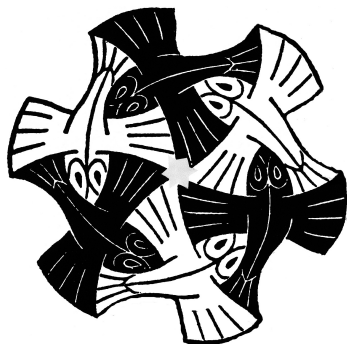
Abgabe der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 15. Mai 2009** in der Vorlesung

1. Wir betrachten die **Buchstaben**: A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,N,O,P,Q,R,S,T,U,V,W,X,Y,Z.

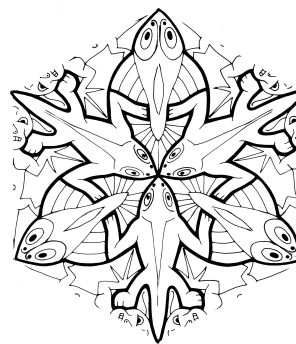
- (a) Ordnen Sie alle ihrer jeweiligen Symmetriegruppe $\mathbb{D}_1, \dots, \mathbb{C}_1, \dots$ zu.
- (b) Bilden Sie aus den obigen Grossbuchstaben dreibuchstabile Wörter, so dass das entsprechende Wort als Ganzes die folgende Symmetriegruppe besitzt:
 - (b1) \mathbb{D}_1 , (b2) \mathbb{D}_2 , (b3) \mathbb{C}_2

2. $\text{Symm}(\Omega_1)$ bzw. $\text{Symm}(\Omega_2)$ bezeichnet die Menge aller **Symmetrietransformationen** der Figur Ω_1 bzw. der Figur Ω_2 . (kleine Zeichenungenauigkeiten bitte ignorieren, Färbung berücksichtigen)

- (a) Ermitteln Sie $\text{Symm}(\Omega_1)$ und $\text{Symm}(\Omega_2)$. (Führen Sie geeignete Bezeichnungen ein.)
- (b) Stellen Sie von $\text{Symm}(\Omega_1)$ die zugehörige Gruppentafel auf.
- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe von dieser Gruppentafel alle Lösungen X (Symmetrietransformationen von Ω_1) der folgenden Gleichungen:
 - (c1) $R_{Z,120^\circ} \circ X = I$, (c2) $X \circ X = R_{Z,120^\circ}$, (c3) $X \circ X \circ X = I$



Figur Ω_1



Figur Ω_2

3. Die Menge der **Symmetrietransformationen** $\text{Symm}(\Omega)$ einer ebenen Figur Ω sei gegeben durch $\text{Symm}(\Omega) = \{I, X_1, X_2, X_3, X_4\}$.

(a) Vervollständigen Sie die abgebildete Tafel, so dass eine Gruppe entsteht.

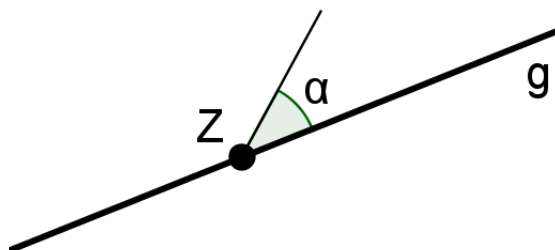
\circ	I	X_1	X_2	X_3	X_4
I					
X_1		X_2	X_3		
X_2		X_3			
X_3					
X_4					

(b) Skizzieren Sie eine ebene Figur, welche die obige Symmetriegruppe besitzt. Führen Sie anschliessend geeignete Bezeichnungen ein und geben Sie eine mögliche ‘Lösung’ für X_1, X_2, X_3 und X_4 an.

Zusatzserie 6

4. **Rotation und Geradenspiegelung:** Das Rotationszentrum Z liegt auf der Spiegelungsgeraden g , für den Drehwinkel α gilt $0 < \alpha < 360^\circ$.

- (a) Untersuchen Sie die Verkettung $R_{Z,\alpha} \circ S_g$ der Geradenspiegelung S_g und der Rotation $R_{Z,\alpha}$. Anleitung: Mit Hilfe von Satz 2.9 (vgl. Skript zur Vorlesung) bestimmen Sie den ‘Typ’ der Kongruenztransformation und mit Hilfe der Bilder $P' = S_g(P)$ und $P'' = R_{Z,\alpha}(P')$ eines gewählten Punktes P die Lage des bestimmenden Elements.
- (b) Untersuchen Sie die Spezialfälle $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$ sowie die Verkettung $S_g \circ R_{Z,\alpha}$ (‘zuerst S_g , dann $R_{Z,\alpha}$ ’).



5. Bezeichne $\text{Symm}(\Omega)$ die Menge aller Symmetrietransformationen der **Symmetriegruppe** der ebenen Figur Ω und Z einen Punkt von Ω . Von der Menge $\text{Symm}(\Omega)$ ist bekannt, dass sie die Rotation $R_{Z,90^\circ}$ umfasst.

- (a) Welche Elemente umfasst $\text{Symm}(\Omega)$ im Minimum? Geben Sie ferner von jedem Element an (ohne Beweis), wie es durch Verkettungen von $R_{Z,90^\circ}$ erzeugt werden kann.
- (b) Skizzieren Sie eine Figur Ω mit der Symmetriegruppe aus Teilaufgabe (a). (Z angeben!)
- (c) $\text{Symm}(\Omega)$ umfasse neben $R_{Z,90^\circ}$ auch noch die Spiegelung S_g , wobei die Gerade g durch Z geht. Welche Elemente umfasst nun $\text{Symm}(\Omega)$ mindestens? Geben Sie ferner von jedem Element an (ohne Beweis), wie es durch Verkettungen von $R_{Z,90^\circ}$ und S_g erzeugt werden kann.
- (d) Skizzieren Sie eine Figur Ω mit der Symmetriegruppe aus (c). (Z und g angeben!)

