

Serie 4

1. Ein Bridgespiel (52 Karten, bestehend aus 4 Farben zu je 13 Bildern) wird an 4 Spieler verteilt. Jeder bekommt 13 Karten.
 - a) Man weiss, dass der Spieler A mindestens ein Ass besitzt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens zwei Asses hat?
 - b) Man weiss, dass der Spieler A das Herz Ass besitzt. Wie gross ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens zwei Asses hat?

2. Es werden zufällig zwei verschiedene Zahlen zwischen 1 und 10 gewählt. Sei X die Anzahl der gewählten Zahlen, die gerade sind.
 - a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 3 gewählt wurde. Berechnen Sie $P[X = 2]$.
 - b) Finden Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $X = 2$, falls mindestens eine gerade Zahl gewählt wurde.
 - c) Finden Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $X = 2$, falls die Zahl 10 gewählt wurde.

3. Man weiss, dass ein Patient p genau eine der Krankheiten k_1 , k_2 oder k_3 eingefangen hat. Um herauszufinden, welche Krankheit er hat, werden zwei Tests durchgeführt. Das Resultat der jeweiligen Tests ist entweder positiv (+) oder negativ (-). In der Tabelle unten bedeutet das Zeichen + -, dass der erste Test positiv war und der zweite negativ, gegeben dass der getestete Patient die entsprechende Krankheit hat; analog interpretieren wir die Zeichen + +, - +, und - -. 10'000 Patienten mit jeweils Krankheit k_1 , k_2 oder k_3 wurden getestet und die Resultate in folgender Tabelle zusammengefasst:

Krankheit	Anzahl Patienten mit dieser Krankheit	Resultate			
		+ +	+ -	- +	- -
k_1	3'215	2'110	301	704	100
k_2	2'125	396	132	1'187	410
k_3	4'660	510	3'568	73	509
Total	10'000				

Bitte wenden!

Benützen Sie obige Tabelle, um folgende Fragen zu beantworten:

- a) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient p die Krankheit k_i , $i = 1, 2, 3$, hat, bevor an ihm die Tests durchgeführt werden?
 - b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient p die Krankheit k_3 hat, bedingt gegeben dass beide an ihm durchgeführten Tests positiv sind? Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient p die Krankheit k_3 hat, bedingt gegeben dass beide an ihm durchgeführten Tests negativ sind?
4. Für eine externe Benutzergruppe, der Sie auch angehören, stehen an der ETH vier Rechner zur Verfügung, wobei jedem Benutzer beim Einloggen jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$, unabhängig von den anderen, einer der Rechner zugeteilt wird. Es kann also durchaus vorkommen, dass mehrere Leute auf dem gleichen Rechner arbeiten müssen.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine Person auf dem gleichen Rechner arbeitet wie Sie, wenn ausser Ihnen genau 10 Personen eingeloggt sind?
 - b) Wie viele Leute dürfen sich ausser Ihnen höchstens noch einloggen, damit Sie mindestens mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ allein auf einem Rechner arbeiten?
 - c) Wir nehmen nun an, dass jeder Rechner, unabhängig von den anderen, nur mit Wahrscheinlichkeit 0.9 funktioniert, wobei die Benutzer analog wie vorher auf die funktionierenden Rechner "verteilt" werden. Gegeben, dass ausser Ihnen drei Leute eingeloggt sind und genau zwei davon auf dem gleichen Rechner arbeiten wie Sie, wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass alle Rechner funktionieren?

Abgabe: Montag, den 21. März in der Übungsstunde oder im Fach im Raum HG E 66.

Achtung: Die Übungsgruppe von Philippe Deprez findet am 14. März ausnahmsweise im HG E 33.5 statt.