

## Schnellübung 7

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

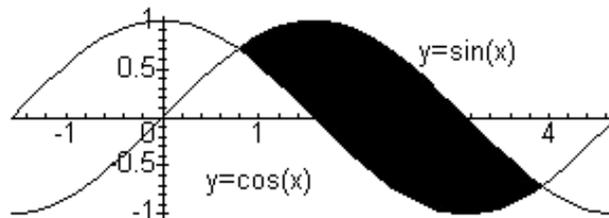
a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} \cdot \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right),$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n^2 - k^2}},$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k^2}{n^2}\right)^{k/n^2}.$

**Hinweis:** Schreiben Sie die Summe als Riemann-Summe für ein geeignetes Integral.

2. Berechne den Flächeninhalt des schwarzen Flächenstücks.



3. Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion

$$f : ]-1, 1[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{2}{1 - x + x^2 - x^3},$$

um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ .

**Bitte wenden!**

4. Berechne die folgenden unbestimmten Integrale in möglichst einfacher Form.

a)  $\int \sinh t \cdot \cos t \, dt$

b)  $\int \frac{\sqrt{1-t}}{\sqrt{t}-t} \, dt$

c)  $\int \frac{t^3}{\sqrt{t^2+1}} \, dt$

d)  $\int t^3 \arctan t \, dt$