

Geometrie: Serie 1

Abgabe im Fächlein des Assistenten bis Freitag, 3. Oktober 2014.

Aufgabe 1. Zeige die folgenden formellen Eigenschaften der Verkettung von Funktionen $\varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3: E \rightarrow E$:

(a) (A1) $\varphi \circ \text{Id} = \text{Id} \circ \varphi$,

(b) (A2) $(\psi_1 \circ \psi_2) \circ \psi_3 = \psi_1 \circ (\psi_2 \circ \psi_3)$.

Aufgabe 2. Beweise Satz I.1 aus der Vorlesung.

Aufgabe 3. Sei $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ und definiere die Verknüpfung $a \odot b$ zweier Elemente $a, b \in G$ als den Rest der Teilung von $a \cdot b$ durch 6. Gibt es ein Element $x \in G$ sodass (G, \odot) mit x als neutralem Element eine Gruppe bildet?

Aufgabe 4. Beweise, dass die Menge $\text{Is}(E)$ der Isometrien der euklidischen Ebene, versehen mit der Verkettung von Funktionen und der Identitätsabbildung Id als neutralem Element eine Gruppe bildet.