Geometrie: Serie 4

Abgabe im Fächlein des Assistenten bis Freitag, 14. November 2014.

Sei $G < \mathrm{Is}(E)$ eine endliche Untergruppe der Isometrien der euklidischen Ebene. Bezeichne

$$G = \{g_1, \dots, g_n\} \quad \text{wobei } n = |G|,$$

und definiere die Abbildung

$$\begin{aligned} s\colon E &\longrightarrow E \\ p &\longmapsto \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g_i(p). \end{aligned}$$

Für jede der folgenden Untergruppen G von $\mathrm{Is}(E)$ bestimme die Abbildung s.

Aufgabe 1. Die triviale Untergruppe $G = \{\mathrm{Id}\}$.

Aufgabe 2. $G = \{\mathrm{Id}, s_w\}$, wobei s_w die Spiegelung an einer Geraden w bezeichnet.

Aufgabe 3. $G = \left\langle d_{\frac{2\pi}{n}} \right\rangle$ ist die durch die Drehung $d_{\frac{2\pi}{n}}$ um 0 mit Winkel $\frac{2\pi}{n}$ erzeugte Untergruppe von $\mathrm{Is}(E)$, wobei $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4. Die Diedergruppe $G = D_n$.