Schnellübung 1

Bemerkung: Diese Schnellübung wird am Mittwoch, dem 24. September 2014, während der Übungsstunde gelöst.

1. Beweise analog wie in der Vorlesung, dass $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$. Was geht schief beim „Beweis“ von $\sqrt{4} \notin \mathbb{Q}$?

2. Man untersuche die nachstehenden reellen Zahlenfolgen ($n \geq 1$). Sind sie beschränkt? Sind sie monoton? Konvergieren sie? (Wenn ja : Welches ist ihr Grenzwert?)

a) $a_n = \dfrac{n^2}{n+1}$

b) $a_n = \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{2}{n^2} + \cdots + \dfrac{n-1}{n^2} + \dfrac{n}{n^2}$

c) $a_n = \dfrac{3n^4 - 5n^2 + 2}{7n^4 - 4n^3}$

d) $a_1 = 1,\ a_n = \dfrac{a_{n-1}}{a_{n-1} + 2}$ für $n = 2, 3, \ldots$

3. Berechne ohne Taschenrechner die Summe aller zweistelligen natürlichen Zahlen, die durch drei geteilt den Rest zwei ergeben.

4. Berechne den Grenzwert der beiden unendlichen Zahlenfolgen

$$2,\ 2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2\sqrt{2}},\ 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \cdots \quad \text{und} \quad 3,\ 3\sqrt[3]{3},\ 3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}},\ 3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}}, \cdots$$