# Serie 5

**Abgabetermin der schriftlichen Aufgaben:** Freitag, 31.10.2014 in der Übungsstunde.

**1.** Bei den folgenden Funktionen bestimme man jeweils eine Asymptote:

**a)** $f(x) := \dfrac{e^{2x}-1}{e^x+1}$, für $x \to \pm\infty$,

**b)** $g(x) := \dfrac{x}{x+\sqrt{x}}$, für $x \to \infty$.

**c)** $h(x) := \dfrac{x^5+3x^4+2x^3+x^2+8x+2}{x^3+1}$, für $x \to \infty$.

Hinweis: Forme geeignet um. Asymptoten können auch nichtlinear sein!

**2.** **a)** Gegeben sei die Funktion $f$ mit Definitionsbereich $D_f = (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ und der Abbildungsvorschrift $f(x) = \tan(x)$. Man bestimme die inverse Funktion von $f$.

**b)** Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Man finde alle reellen Lösungen $x$ der Gleichung

$$\tan(\pi(1+\frac{1}{2}\cos(x))) = a.$$

**3.** Berechne die Ableitungsfunktionen von $x \longmapsto$

**a)** $\dfrac{1}{\sqrt[5]{(1-7x)^2}}$ **b)** $(\ln(\arctan\pi))^2$ **c)** $(\sqrt[3]{x}+\cos(\arctan x))^{2014}$

**d)** $\cos^2\big(\arccos\sqrt{x}\,\big)$ **e)** $(\cot x)^3$ **f)** $\dfrac{\sqrt{x}\,(\sin x + x^2)}{1-x}$

**g)** $\operatorname{arccot} x$ **h)** $\cos(\sin x) - \sin(\cos x)$ **i)** $\cot(x^3)$

**Bitte wenden!**

**4.** Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Man beweise

**a)** die Summenregel

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

**b)** die Produktregel

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

Hinweis: Addiere und subtrahiere im Nenner des Differenzenquotienten den Ausdruck $f(x + \Delta x)g(x)$.

**5.** Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion $f$ bzw. $g$ an der Stelle $x_0$.

**a)** $f : [2, \infty), \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x-2}$, $x_0 = 6$

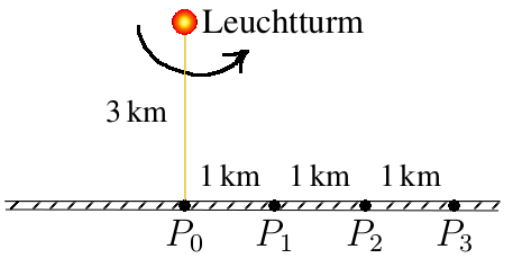
**b)** $f$ wie oben, aber $x_0 = 11$.

**c)** $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x + 2$, $x_0 = 0$.

**d)** $g$ wie oben, aber $x_0 = 4$.

Was fällt dir auf?

**6.** Der Scheinwerfer eines Leuchtturms rotiert mit 4 Umdrehungen pro Minute. Bei jeder Umdrehung überstreicht der Lichtstrahl die gesamte Hafenmauer von links nach rechts. Wenn die Mauer 3 km vom Leuchtturm entfernt ist, mit welcher Geschwindigkeit zieht der Strahl jeweils beim Punkt $P_0$, $P_1$, $P_2$, $P_3$ vorbei?




**Siehe nächstes Blatt!**

Die letzten Aufgaben sind Multiple-Choice-Aufgaben (MC-Aufgaben), die online gelöst werden. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zu den MC-Fragen bis **Freitag, 31.10.2014 um 15:00 Uhr** ab.

---

**1.** Sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^3 + 1$. Welche Gleichung beschreibt die inverse Funktion $f^{-1}$?

(a) Die inverse Funktion existiert nicht.

(b) $f^{-1}(x) = x^3 - 1$

(c) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^3 + 1}$

(d) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

(e) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^3+1}$

**2.** Gegeben seien vier Funktionen $f_i : D_i \to Z_i, i = 1, 2, 3, 4$. Welches $f_i$ besitzt *keine* Umkehrfunktion $f^{-1} : Z_i \to D_i$?

(a) $f_1 : [-2, 2] \to [-16, 16],\ x \mapsto x^3 - 12x$

(b) $f_2 : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \to [-1, 1],\ x \mapsto \sin x$

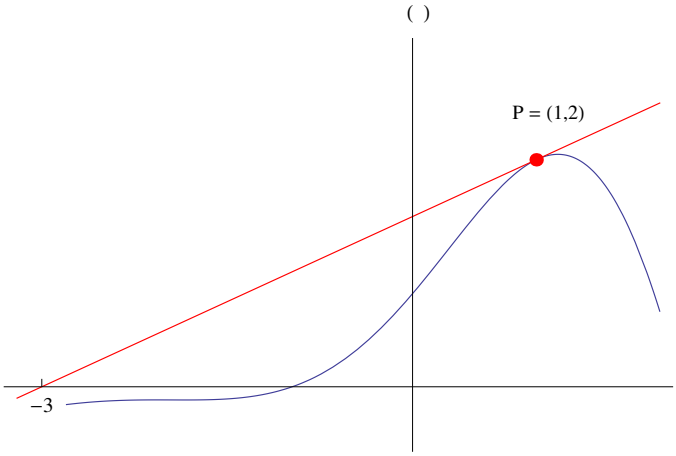
(c) $f_3 : [1, 4] \to [1, 16], x \mapsto x^2$

(d) $f_4 : [2, 4] \to [-16, 24], x \mapsto x^3 - 12x$

(e) Alle besitzen eine Umkehrfunktion.

**Bitte wenden!**

**3.** Im folgenden Bild ist die rote Gerade im Punkt $P$ tangential an die blaue Kurve, die der Graph einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist. Welchen Wert hat die Ableitung $f'$ an der Stelle 1?




(a) $2$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{2}{3}$

(d) $-2$

(e) Keiner dieser Werte ist korrekt.

**Siehe nächstes Blatt!**

**4.** Die Ableitung der Funktion $f(x) = x^x$ für $x \in (0, \infty)$ ist ...

(a) $f'(x) = x^x$.

(b) $f'(x) = x^{x-1}$.

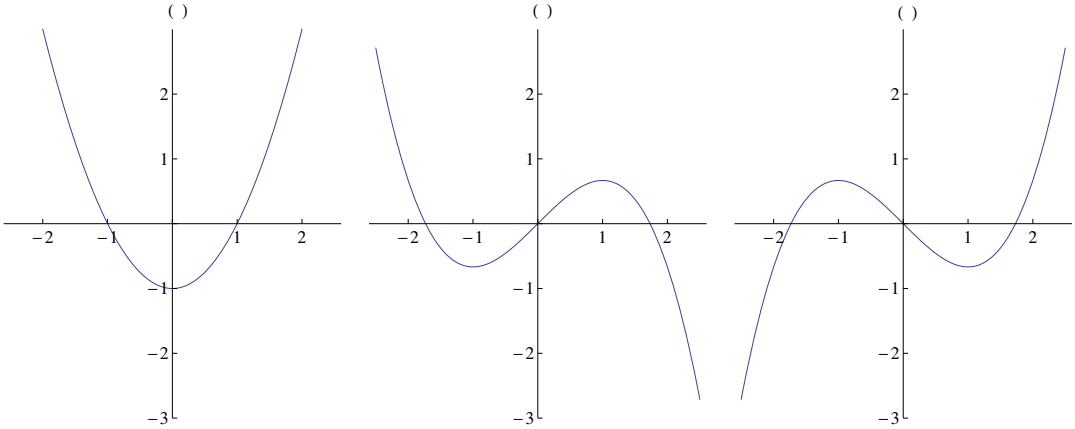
(c) $f'(x) = x^2$.

(d) $f'(x) = (1 + \ln x)x^x$.

(e) $f'(x) = x + x \ln x$.

(f) keiner der obigen Ausdrücke.

**5.** Das folgende Bild zeigt die Graphen dreier Funktionen $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, von denen eine die Ableitung einer der anderen ist. Welche Aussage ist richtig?



(a) $f' = g$

(b) $f' = h$

(c) $g' = f$

(d) $g' = h$

(e) $h' = f$

(f) $h' = g$