Radioaktiver Zerfall

Radioaktiver Zerfall ist ein exponentieller Prozess. Die Halbwertszeit beschreibt diesen Zerfall so, dass nach dieser gewissen Zeit genau die Hälfte der zu Beginn beobachteten Atomkerne zerfallen sind. Diese Halbwertszeit bleibt konstant, so sind nach zwei vergangenen Halbwertszeitintervallen nur noch ein Viertel der ursprünglichen Atomkerne im originalen Zustand. Für sehr grosse solche Zeitintervalle bietet sich eine Alternative an, um den Prozess zu beschreiben: die Zerfallskonstante λ. Für diese Konstante ist ein Zeitintervall festgelegt, in welchem erwartungsgemäss 1 Teilchen zerfällt.

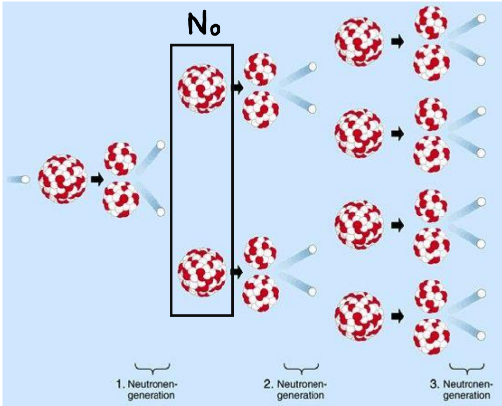

Abbildung 1: Zerfall der Atomkerne in verschiedene Nukleidsorten

Wir betrachten nun die Menge N_0 der Atome eines radioaktiven Materials zum Zeitpunkt des Fundes (t_0). Zu diesem Zeitpunkt verfallen n_0 Teilchen pro Tag. Zudem nehmen wir an, dass fünf Tage später noch die Teilmenge $N > 0$ der radioaktiven Menge N_0 vorhanden sind (Abb. 1).

Dieser Vorgang wird durch folgende Funktion ausgedrückt:

$$\boxed{N_t = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

N_0 = Anzahl Teilchen zum Zeitpunkt t_0

λ = Zerfallskonstante

t = Zeit [d]

N_t = Anzahl Teilchen zum Zeitpunkt t

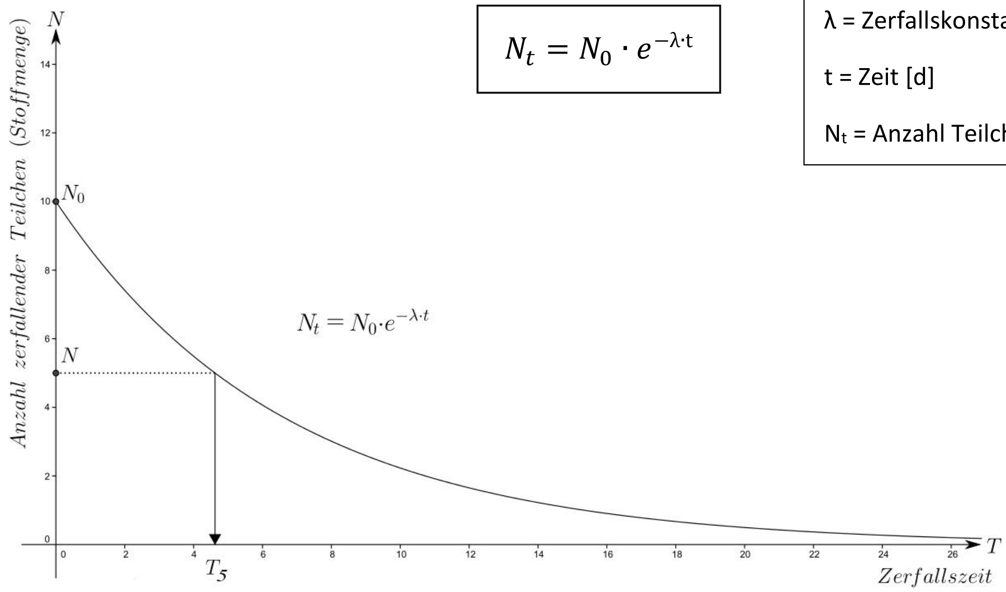

Abbildung 2: Exponentieller Zerfall von radioaktiven Teilchen nach der Zeit

Um eine grobe Abschätzung zu erhalten, wie viele Teilchen zum Zeitpunkt des Fundes vorhanden waren, wird die Zerfallsgeschwindigkeit n_0 (1. Ableitung der Funktion N_t an der Stelle t_0) mit der Anzahl vergangener Tage (t = 5) multipliziert. Da die Zerfallsgeschwindigkeit mit abnehmender Teilchenanzahl ebenfalls kleiner wird, stellt dieser Wert eine mögliche obere Schranke der Funktion im betrachteten Zeitintervall dar. Genauere Werte könnten ermittelt werden, wenn die durchschnittliche Zerfallsgeschwindigkeit anstatt der n_0 verwendet würde. Diese berechnet sich mit dem **Mittelwertsatz**:

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} := N'(t) = \frac{N_0 - N_5}{5}$$

Man weiß, dass die Zerfallsgeschwindigkeit der Teilchen (Änderung der Anzahl radioaktiver Teilchen pro Zeiteinheit) proportional zur Teilchenanzahl ist. Mathematisch ausgedrückt ergibt sich:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot \mathrm{N(t)}$$

Diese Differentialgleichung kann man lösen, indem man sich die Eigenschaft der Exponentialfunktion e^x zu Nutze macht und nach N(t) auflöst:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \mathrm{t}}$$

Die **Halbwertszeit** wird folgendermassen berechnet:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

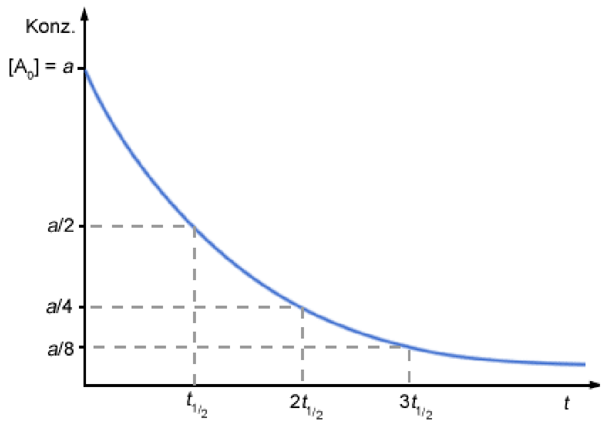

Abbildung 3: Darstellung der konstanten Halbwertszeit $t_{1/2}$

Quellenverzeichnis

Abbildung 1: *http://file1.npage.de/004292/10/bilder/kettenreaktion.jpg*

Abbildung 2: *https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/65/Halbwertszeit.svg*

Abbildung 3: *http://www.chemgapedia.de/vsengine/media/vsc/de/ch/13/pc/kinetik/grundlagen/images/hwz.gif*