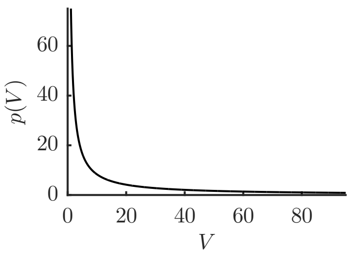
Aufgabe 5: Ideale Gasgleichung und Van-der-Waals-Gleichung

Fabian Haake, Michael Giger

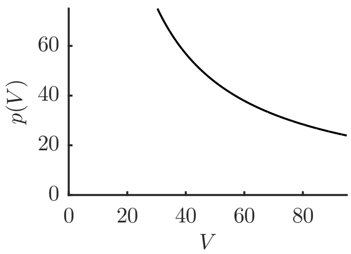
14. Oktober 2015

a) $pV = RT \leftrightarrow p(V,\ T) = \frac{RT}{V}$

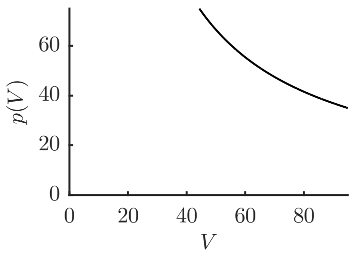
$T_1 = 10$ K



$T_2 = 273.15$ K



$T_3 = 400$ K



Der Druck ist direkt proportional zur Temperatur und indirekt zum Volumen.

Eine höhere Temperatur wird auf Teilchenebene durch schnellere Bewegungen der Gasteilchen beschrieben. Die Gasteilchen üben eine Kraft auf die Fläche des Volumens, den Druck, aus. Die Teilchen werden bei höheren Temperaturen also öfters gegen die Fläche auftreffen, da sie schneller sind. Dies führt zu einem höheren Druck.
Wenn die Temperatur konstant bleibt, aber das Volumen grösser wird, müssen die Teilchen einen grösseren Weg zurücklegen, um gegen die Fläche des Volumens aufzutreffen. Somit sinkt der Druck.

Das Volumen und der Druck können nicht negativ sein. Deshalb gilt $V > 0$ und $p > 0$.

$\rightarrow D_p = (0, +\infty)$ und $W_p = (0, +\infty)$

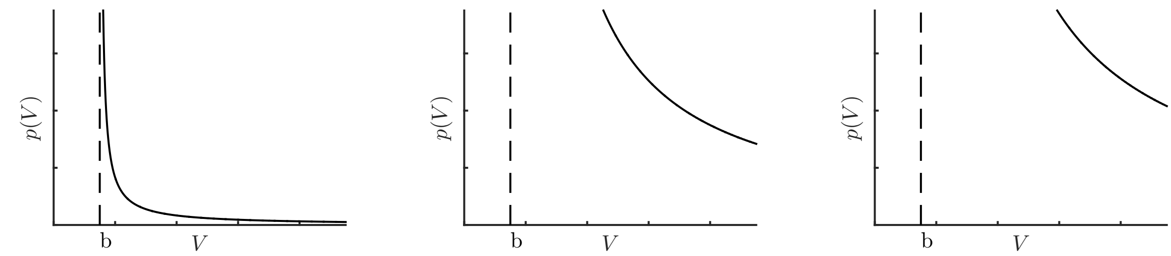
b) Da die Funktion $p(V,\ T)$ bijektiv ist, können wir daraus die inverse Funktion $p^{-1}(V,\ T) = V(p,\ T)$ berechnen.

Wenn der Druck erhöht wird, müssen die Gasteilchen öfters gegen die Fläche auftreffen. Dies kann entweder durch Verkleinern der Fläche respektive des Volumens erreicht werden. Bei gleichbleibendem Druck aber bei steigender Temperatur, werden sich die Gasteilchen schneller bewegen. In diesem Fall muss das Volumen grösser werden, damit der Druck gleich bleibt. Das bedeutet, dass einem Volumen ein bestimmter Druck und eine bestimmte Temperatur eindeutig zugeordnet werden kann. Das Volumen ist direkt proportional zur Temperatur und indirekt zum Druck.

$pV = RT \leftrightarrow V(p,\ T) = \frac{RT}{p}$

c) $p(V,\ T,\ a,\ b) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$

$T_1 = 10$ K $T_2 = 273.15$ K $T_3 = 400$ K



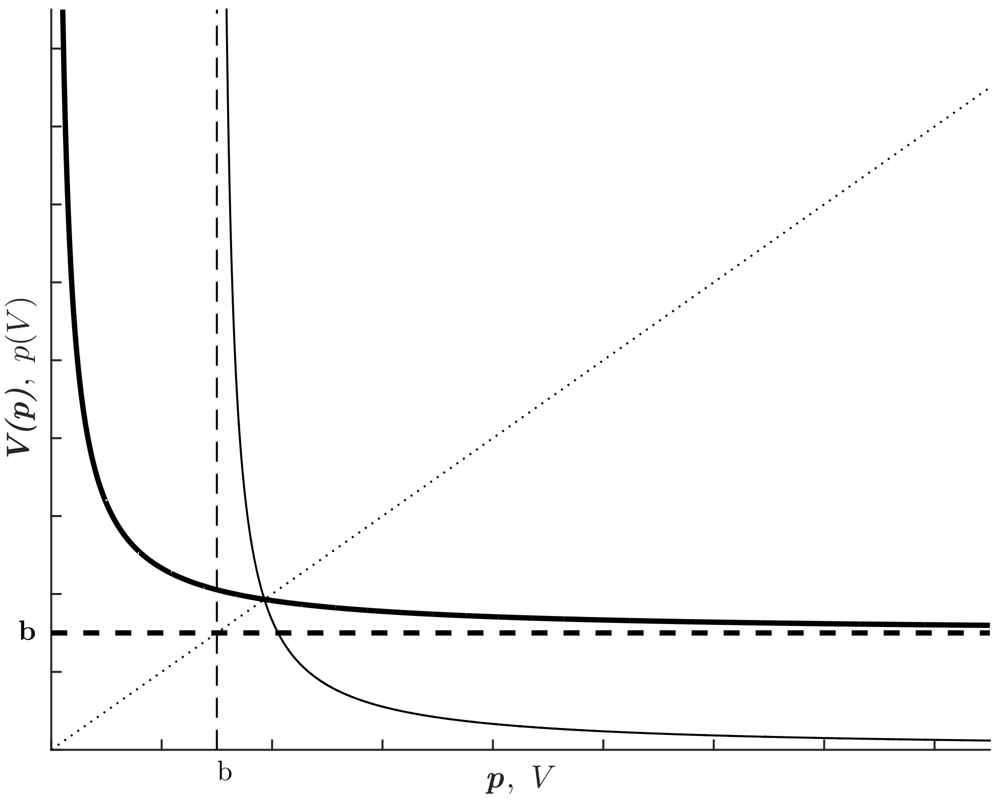
Die Gasteilchen haben das Eigenvolumen b. Deshalb gilt $V > b$.

$D_p = (b, +\infty)$

d) Die inverse Funktion f^{-1} bildet den Wertebereich der Funktion f entsprechend auf den Definitionsbereich von f ab. Mathematisch besteht also folgende Beziehung zwischen einer Funktion f und deren inversen Funktion f^{-1}:

$D_f = W_{f^{-1}}$ und $W_f = D_{f^{-1}}$

Graph von $V(p)$ mit $T = 10$ K



Wegen der Beziehung zwischen den Funktionen $V = p^{-1}$ und p gilt:

$D_V = W_p = (0, +\infty)$ und $W_V = D_p = (b, +\infty)$