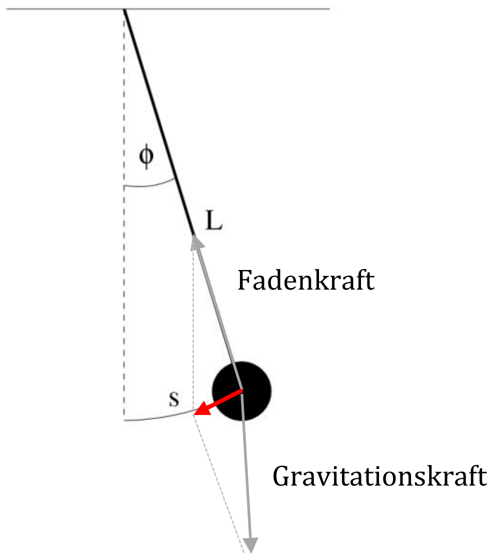
Tiziana Fässler, Anna Lena Könz
21.9.15

Anwendungsübung 6: Mathematisches Pendel



$F(\varphi) = -mgsin(\varphi)$

a) Lineare Ersatzfunktion an der Stelle $x_0 = 0$

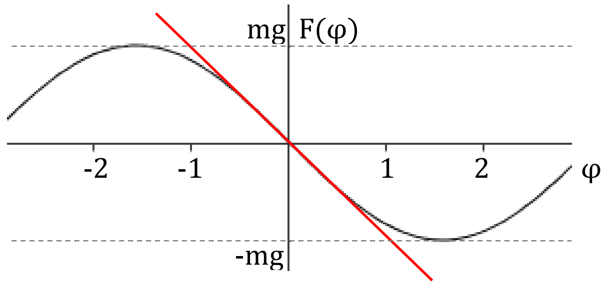
$x \to f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Daraus erhalten wir eine lineare Gleichung $f(x) = q + mx$

$\varphi \to -mgsin(\varphi) - mgsin'(\varphi)\varphi = -mg\underbrace{sin(\varphi)}_{=0} - mg\underbrace{cos(\varphi)}_{=1}\varphi = -mg\varphi$

Oder mit Kleinwinkelnäherung: für den sehr kleinen Winkel φ gilt sin(φ) = φ

$F(\varphi) = -mgsin(\varphi) = -mg\varphi$



b) Der Pendelausschlag s lässt sich als Bogenlänge b berechnen

$b = \beta r$

$s = \varphi L$

β bzw. φ muss dabei immer in Bogenmass angegeben werden

Tiziana Fässler, Anna Lena Könz
21.9.15

$F\big(\varphi(t)\big) = mL[\varphi(t)]''$

c) Für $\varphi(t) = 0$ gilt:

$F(0) = mL \times 0 = 0$

→Wenn der Winkel $\varphi = 0$ ist, wirken die Gravitationskraft und die Fadenkraft in entgegengesetzten Richtungen und lösen sich gegenseitig auf.

d.h. das Pendel befindet sich im Ruhezustand, die tangentielle Kraft F hat den Betrag 0

d) $-mg\varphi(t) = mL[\varphi(t)]''$

$-g\varphi(t) = L[\varphi(t)]''$

$-\frac{g}{L}\varphi(t) = [\varphi(t)]''$

Es wird also eine Funktion gesucht, dessen zweite Ableitung die Funktion selbst multipliziert mit einer Konstanten c ergibt:

$[\sin(ct)]' = \cos(ct) \times c$

$[\sin(ct)]'' = [\cos(ct) \times c]' = -\sin(ct) \times c^2$

$\rightarrow \frac{g}{L} = c^2 \quad , c = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$\varphi(t) = \sin(\sqrt{\frac{g}{L}}t)$

$\varphi''(t) = -\frac{g}{L}\sin(\sqrt{\frac{g}{L}}t)$