## Serie 1

Analysis I

**1.** Seien U ein Universum und  $A_i \subset U, i \in \mathbb{N}$ , Mengen in U. Zeigen Sie, dass gilt

$$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^c = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^c,$$

wobei  $B^c$  das Komplement einer Menge B bezeichnet.

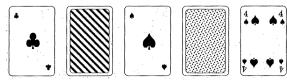
2. Beweisen Sie mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes: Für jede reelle Zahl  $x \geq 0$  und jede natürliche Zahl  $n \geq 2$  gilt

$$(1+x)^n \ge \frac{n^2}{4}x^2.$$

3. Berechnen Sie ohne Hilfe Ihres Taschenrechners die folgende Summe

$$\sum_{n=19}^{49} \left(\frac{2}{3}\right)^n .$$

**4.** Welche Spielkarten in der untenstehenden Figur muss man mindestens umdrehen, um mit Sicherheit die Frage "Sind alle Karten mit schraffierter Rückseite Asse?" beantworten zu können?



**5.** Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Berechnen Sie die Summe

$$S_n := \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$
.

## 6. Online-Aufgaben

**Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben:** Donnerstag abend (bis 20:00), 24. September 2015.

## Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

- a) Hier ist eine Aussage über Quorge: "Ist ein Quorg glavul, so ropanzt er." Formulieren wir die Negation dieser Aussage, so erhalten wir...
  - (a) Ist ein Quorg nicht glavul, so ropanzt er nicht.
  - (b) Ropanzt er nicht, so ist ein Quorg glavul.
  - (c) Nur ropanzende Quorge sind glavul.
  - (d) Kein Quorg ist glavul.
  - (e) Ein Quorg existiert, der glavul aber nicht ropanzt ist.
- **b)** Die Ungleichung ||x-2|-1| < 3 für reelle Zahlen x ist äquivalent zu...
  - (a) x < 3
  - **(b)** |x| < 3
  - (c) 0 < x < 2
  - (d) -2 < x < 6
  - (e) -3 < x < 6
- c) Sei  $f_n: X \to X$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , eine Familie von Funktionen von einer Menge X in sich selbst. Ein Punkt  $x \in X$  heisst Fixpunkt von  $f_n$ , falls  $f_n(x) = x$  gilt. Schreibt man den Satz "Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gibt es genau einen Fixpunkt  $x \in X$  von  $f_n$ " mittels Quantoren, so erhält man...
  - (a)  $\forall n \in \mathbb{N} \ \forall x \in X : f_n(x) = x$
  - **(b)**  $\exists ! x \in X \ \forall n \in \mathbb{N} : f_n(x) = x$
  - (c)  $\forall x \in X \; \exists ! n \in \mathbb{N} : f_n(x) = x$
  - (d)  $\forall n \in \mathbb{N} \ \exists ! x \in X : f_n(x) = x$
  - (e)  $\forall n \in \mathbb{N} \ \exists x \in X : f_n(x) = x$
- **d**) Welche ist die Negation dieser Aussage: "Es regnet und ich habe keinen Regenschirm."?
  - (a) Es regnet nicht oder ich habe einen Regenschirm.
  - (b) Es regnet nicht und ich habe keinen Regenschirm.
  - (c) Ich habe einen Regenschirm.
  - (d) Es regnet nicht, daher habe ich keinen Regenschirm.
- e) Welche ist die Kontraposition dieser Aussage: "Wenn es regnet und ich keinen Regenschirm habe, werde ich nass."?

- (a) Wenn es nicht regnet, werde ich nicht nass und ich habe keinen Regenschirm.
- (b) Wenn ich nass werde, regnet es und ich habe keinen Regenschirm.
- (c) Wenn ich nicht nass werde, regnet es nicht oder ich habe einen Regenschirm.
- (d) Wenn ich einen Regenschirm habe, regnet es nicht und ich werde nicht nass.
- **f**) Welche ist die Negation dieser Aussage: "10 ist gerade und ist kleiner oder gleich 11." ?
  - (a) 10 ist nicht gerade.
  - **(b)** 10 ist grösser als 11.
  - (c) 10 ist nicht gerade oder ist grösser als 11.
  - (d) 10 ist nicht gerade, deshalb ist es grösser als 11.

## Organisatorische Informationen zum Übungsbetrieb

- Übungsserien. Die Übungsserien werden jeweils donnerstags oder freitags auf der Vorlesungshomepage veröffentlicht. Die in der Woche n ausgeteilte Serie wird am Montag der Woche n+1 in den Übungen vorbesprochen und ist in der Woche n+1 am Donnerstag bis 13 Uhr abzugeben. Die Serien können in den Postfächern der Übungsleiter, im HG F 28, abgegeben werden.
- Wöchentliche Multiple-Choice-Aufgaben. Zusätzlich zu den Übungsaufgaben wird es jede Woche Multiple-Choice-Aufgaben geben. Die Aufgaben werden donnerstags oder freitags der Woche n veröffentlicht und können bis Donnerstag abend in Woche n+1 online bearbeitet werden.
- Übungen. Die wöchentlichen Übungen dienen zum Einüben der Begriffe und Methoden, die in der Vorlesung behandelt werden und zur Besprechung der Übungsserien. Eine aktive Teilnahme an den Übungsstunden wird erwartet. Die Einteilung in die Übungsgruppen wird elektronisch von den Studierenden getätigt. Auch dazu erhalten Sie in der ersten Vorlesungswoche ein Email mit Link zur Einschreibung in die Übungsgruppe.
- Schnellübungen. Jeden zweiten Freitag werden von 8 bis 10 Uhr Schnellübungen angeboten. Dort erhalten Sie Aufgaben, mit denen Sie sich während der Schnellübung beschäftigen und zu denen Sie den anwesenden Assistenten Fragen stellen können. Die Schnellübungen sind jeweils ab Donnerstag auf der Vorlesungshomepage zu finden.
- **Präsenz.** Während des Semesters werden jeweils am Montag, Mittwoch und Donnerstag zwischen 12 und 13 Uhr im HG G 19.1 oder HG G 19.2 Präsenzen angeboten.

Bei Fragen zum Übungsbetrieb wenden Sie sich bitte an Luca Galimberti luca.galimberti@math.ethz.ch, bei Fragen zu einzelnen Aufgaben jedoch an Ihren Hilfsassistenten bzw. suchen Sie die Präsenz auf.

Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen, sowie die Übungsserien und deren Musterlösungen finden Sie unter

https://www2.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/analysis1\_itet/