D-ITET | Analysis I | HS 2015
Prof. Alessandra Iozzi

Serie 12

1. Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\displaystyle\int_{1-\varepsilon}^{1} \frac{3}{2}\sqrt{x}\ln x\,dx,$ wobei $0 < \varepsilon < 1$ ist.

b) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{e^t(e^t-1)}{e^{2t}-1}\,dt,$

c) $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4} \frac{\tan x + 2\sin x}{1+\cos x}\,dx$

2. Leite eine Rekursionsformel für das Integral

$$I(p,q) = \int_0^1 x^p\,(1-x)^q\,dx$$

her, wobei p und q ganze Zahlen ≥ 0 sind.

3. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Bereichs zwischen den Kurven

$$x = 0\,; \qquad x = 2\pi\,;$$
$$K_1(x) = 3 + \sin x\,; \qquad K_2(x) = 3 + \cos x\,.$$

4. Bestimmen Sie die Stammfunktion $K(x)$ der Funktion

$$a(x) = \frac{1}{\sqrt{x}+1}\,,$$

so dass $K(0) = 1$ ist.

Abgabe: Donnerstag mittag (bis 13:00), 10. Dezember 2015, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

5. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Donnerstag abend (bis 20:00), 10. Dezember 2015.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

Bitte wenden!

a) Den Hauptsatz der Infinitesimalrechnung für eine stetige Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ gibt es in verschiedenen Versionen. Welche ist keine davon?

(a) Falls F eine Stammfunktion von f ist, gilt $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

(b) Die Funktion $t \mapsto \int_a^t f(x)\,dx$ ist eine Stammfunktion von f.

(c) Es existiert ein $\xi \in [a, b]$ mit $\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)(b - a)$.

(d) Die Funktion $F : [a, b] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ ist differenzierbar mit $F' = f$.

b) Sei $f : [3, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := \int_3^x \sin(t)dt$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung von f?

(a) $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$.

(b) $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$.

(c) $f'(x) = \cos(x)$.

(d) $f'(x) = \sin(x)$.

(e) Keine der Gleichungen ist korrekt.

c) Das Integral $\int_{-1}^1 |t|\,dt$ beträgt...

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 4.

(e) Keine der obigen Antworten ist richtig.

d) Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

$$\int_1^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = ...$$

(a) $\int_0^{\log 2} \frac{t^2}{1+t^2} dt$.

(b) $\int_e^{e^2} \frac{t}{1+t^2} dt$.

(c) $\int_1^{\log 2} \frac{dt}{1+t^2} dt$.

(d) $\int_e^{e^2} \frac{t^2}{1+t^2} dt$.

(e) $\int_e^{e^2} \frac{1}{1+t^2} dt$.

Siehe nächstes Blatt!

English version

1. Compute the following integrals

a) $\displaystyle\int_{1-\varepsilon}^{1} \frac{3}{2}\sqrt{x}\ln x\,dx,$ **b)** $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^t(e^t-1)}{e^{2t}-1}\,dt,$ **c)** $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x + 2\sin x}{1+\cos x}\,dx$

whereas $0 < \varepsilon < 1$ is.

2. Derive a recursive formula for the integral

$$I(p,q) = \int_0^1 x^p\,(1-x)^q\,dx\,,$$

whereas p and q are natural numbers ≥ 0.

3. Compute the area of the domain betwenn the curves

$$x = 0\,; \qquad x = 2\pi\,;$$
$$K_1(x) = 3 + \sin x\,; \qquad K_2(x) = 3 + \cos x\,.$$

4. Determine the primitive $K(x)$ of the function

$$a(x) = \frac{1}{\sqrt{x}+1}\,,$$

such that $K(0) = 1$.

5. Online Exercises

Multiple answers are possible.

a) There are several version of the fundamental theorem of Calculus for a continuous function $f : [a,b] \to \mathbb{R}$. Which is not any of them?

(a) If F is a primitive of f, then $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

(b) The function $t \mapsto \int_a^t f(x)\,dx$ is a primitive of f.

(c) There exists a $\xi \in [a,b]$ with $\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)(b-a)$.

Bitte wenden!

(d) The function $F : [a, b] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \int_a^x f(t)\, dt$ is differentiable with $F' = f$.

b) Let $f : [3, \infty) \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) := \int_3^x \sin(t) dt$. How is the equation of the derivative of f?

(a) $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$.
(b) $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$.
(c) $f'(x) = \cos(x)$.
(d) $f'(x) = \sin(x)$.
(e) None of the equations is right.

c) The integral $\int_{-1}^1 |t|\, dt$ is...

(a) 0.
(b) 1.
(c) 2.
(d) 4.
(e) None of the answers is right.

d) Which of the following statements is correct?

$$\int_1^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = ...$$

(a) $\int_0^{\log 2} \frac{t^2}{1+t^2} dt$.
(b) $\int_e^{e^2} \frac{t}{1+t^2} dt$.
(c) $\int_1^{\log 2} \frac{dt}{1+t^2} dt$.
(d) $\int_e^{e^2} \frac{t^2}{1+t^2} dt$.
(e) $\int_e^{e^2} \frac{1}{1+t^2} dt$.