D-ITET | Analysis I | HS 2015
Prof. Alessandra Iozzi

Serie 4

1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x\to\pi} \frac{x^2-\pi x+3}{x^2+\pi^2}$,

b) $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+19x-20}{|x-1|+(x-1)\sqrt{x}}$,

c) $\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+19x-20}{|x-1|+(x-1)\sqrt{x}}$,

d) $\lim_{x\to 0} \sin\left\{\pi\cos\left(\sin(x)\right)\right\}$,

e) $\lim_{x\to 0} e^{-\frac{1}{x^8}}$,

f) $\lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt{|x|+e}-\sqrt{-x}\right)$,

g) $\lim_{x\to -\infty} \log\left(e^2+\sqrt{|x|+e}-\sqrt{-x}\right)$,

h) $\lim_{x\to 100}(x-100)\sin\left(\frac{1}{x-100}\right)$.

2. **a)** Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Gleichung

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2 = \frac{(4n^2-1)n}{3}\,.$$

b) Seien n, k natürliche Zahlen mit $n \geq k$. Beweisen Sie

$$\binom{n+1}{k+1} = \sum_{m=k}^{n}\binom{m}{k}\,.$$

Abgabe: Donnerstag mittag (bis 13:00), 15. Oktober 2015, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

Bitte wenden!

3. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Donnerstag abend (bis 20:00), 15. Oktober 2015.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

a) Die Asymptote(n) der Funktion $f(x) := \frac{x^3+2}{e^x+x^2}$ ist / sind...

- **(a)** Die Gerade $y = x$ für $x \to -\infty$ und die horizontale Gerade bei $y = 0$ für $x \to \infty$,
- **(b)** Nur die Gerade $y = x$ für $x \to -\infty$,
- **(c)** Nur die Gerade $y = x$ für $x \to \infty$
- **(d)** Die Funktion $f(x)$ besitzt keine Asymptoten.

b) Die Asymptote(n) der Funktion $f(x) := \frac{3x+5x^2}{x-4}$ ist / sind...

- **(a)** Die Funktion $f(x)$ besitzt keine Asymptoten,
- **(b)** Die Gerade $y = 5x + 23$ für $x \to \pm\infty$ und die vertikale Gerade bei $x = 4$,
- **(c)** Die Gerade $y = 5x$ für $x \to \pm\infty$ und die vertikale Gerade bei $x = 3$,
- **(d)** Nur die Gerade $y = 5x$ für $x \to -\infty$.

c) Der Grenzwert von $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{x} + \frac{x-1}{x}\right)$ ist...

- **(a)** ∞,
- **(b)** 0,
- **(c)** 1,
- **(d)** 2,
- **(e)** Existiert nicht.