D-ITET | Analysis I | HS 2015
Prof. Alessandra Iozzi

Serie 6

1. Berechnen Sie für $v = 5i$, $w = 3 - 2i$ und $z = 6 + 4i$ die folgenden Ausdrücke:

a) $z^2 - vw$,

b) $\frac{z-v}{z+v}$,

c) $\Re(zw(z+v))$,

d) $\overline{\left(\frac{vw}{z}\right)}$.

2. Bestimmen Sie den Konvergenzradius ϱ der folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)^4}\, x^n$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log(7n))^n x^n$,

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\pi^n}$,

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}\, x^n$.

3. Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C}$ gilt:

a) $z\bar{z} = \Re(z)^2 + \Im(z)^2$,

b) $z + \bar{z} = 2\Re(z)$,

c) $\bar{\bar{z}} = z$.

4. Berechnen Sie

$$\sqrt[7]{(-1+\sqrt{3}i)^7}\,.$$

Bitte wenden!

5. Berechnen Sie die komplexen Nullstellen der Gleichung

$$z^5 + \bar{z} = 0\,.$$

Abgabe: Donnerstag mittag (bis 13:00), 29. Oktober 2015, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

6. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Donnerstag abend (bis 20:00), 29. Oktober 2015.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

a) Welche der folgenden Aussagen ist *falsch*?

(a) $i^2 = -1$.
(b) $\frac{1}{i} = -i$.
(c) $i^3 = -i$.
(d) $i^{17} = i$.
(e) $\frac{1}{i^4} = -1$.

b) Für die komplexe Zahl $z = \frac{3+2i}{4-i}$ gilt...

(a) $z = \frac{10+11i}{17}$.
(b) $z = \frac{17}{8i+2}$.
(c) $z = \frac{14+5i}{17}$.
(d) $z = \frac{5+14i}{17}$.

c) Sei $z = 2 - 3i$. Welches ist die konjugiert komplexe Zahl $\bar{z}$?

(a) $2 - 3i$.
(b) $2 + 3i$.
(c) $-2 - 3i$.
(d) $3 - 2i$.
(e) $3i$.

d) Für die komplexe Zahl $z = (2 - i)^3$ gilt...

(a) $z = 8 + i$.
(b) $z = 2 - 11i$.
(c) $z = 8 - i$.
(d) $z = 2 - 13i$.

Siehe nächstes Blatt!

e) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{327}$ ist...

(a) $327i$.

(b) $-i$.

(c) $(\frac{\sqrt{3}}{2})^{327}$.

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.

Bitte wenden!

English version

1. Compute the expressions below with $v = 5i$, $w = 3 - 2i$ and $z = 6 + 4i$:

a) $z^2 - vw$,

b) $\frac{z-v}{z+v}$,

c) $\Re(zw(z+v))$,

d) $\overline{\left(\frac{vw}{z}\right)}$.

2. Find the convergence radius ϱ of the following series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)^4} x^n$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log(7n))^n x^n$,

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\pi^n}$,

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$.

3. Show that for all complex numbers $z \in \mathbb{C}$ holds:

a) $z\bar{z} = \Re(z)^2 + \Im(z)^2$,

b) $z + \bar{z} = 2\Re(z)$,

c) $\bar{\bar{z}} = z$.

4. Compute

$$\sqrt[7]{(-1+\sqrt{3}i)^7}\,.$$

5. Compute the complex solutions of the equation

$$z^5 + \bar{z} = 0\,.$$

6. Online-Exercises

Multiple answers are possible.

Siehe nächstes Blatt!

a) Which of the following claims is *false*?

(a) $i^2 = -1$.
(b) $\frac{1}{i} = -i$.
(c) $i^3 = -i$.
(d) $i^{17} = i$.
(e) $\frac{1}{i^4} = -1$.

b) For the complex number $z = \frac{3+2i}{4-i}$ there holds...

(a) $z = \frac{10+11i}{17}$.
(b) $z = \frac{17}{8i+2}$.
(c) $z = \frac{14+5i}{17}$.
(d) $z = \frac{5+14i}{17}$.

c) Let be $z = 2 - 3i$. Which is the complex conjugate $\bar{z}$?

(a) $2 - 3i$.
(b) $2 + 3i$.
(c) $-2 - 3i$.
(d) $3 - 2i$.
(e) $3i$.

d) For the complex number $z = (2 - i)^3$ there holds...

(a) $z = 8 + i$.
(b) $z = 2 - 11i$.
(c) $z = 8 - i$.
(d) $z = 2 - 13i$.

e) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{327}$ is...

(a) $327i$.
(b) $-i$.
(c) $(\frac{\sqrt{3}}{2})^{327}$.
(d) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.