# Serie 7

**1.** Finden Sie die Inverse der Funktion

$$k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \sinh(x).$$

**2.** Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f : \ (0, \infty) \ \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \log(x^9),$$

an der Stelle $x = e$?

**3.** Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} 0, & \text{falls } x \leq 0\,, \\ x^{n+1}, & \text{falls } x > 0\,. \end{cases}$$

Dabei ist $n$ eine vorgegeben natürliche Zahl. Berechne $f^{(k)}$ für alle $k \in \{1, 2, \cdots, n\}$, falls sie existiert. Ist $f$ auf ganz $\mathbb{R}$ $n$-mal stetig differenzierbar?

**4.** Seien $a > 1$ und $x > 0$ zwei reelle Zahlen. Zeigen Sie die Formel

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}\,.$$

**5.** Bestimmen Sie, ob die Funktion $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto a(x) = \sqrt[3]{-4 - x}$$

differenzierbar an der Stelle $x_0 = -4$ ist.

**Abgabe:** Donnerstag mittag (bis 13:00), 5. November 2015, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

**Bitte wenden!**

6. **Online-Aufgaben**

**Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben:** Donnerstag abend (bis 20:00), 5. November 2015.

**Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.**

**a)** Es seien $a > 1$ und $b > 1$ reelle Zahlen und es seien Funktionen $e_a, e_b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $x \mapsto a^x$ bzw. $x \mapsto b^x$. Dann unterscheiden sich $e_a$ und $e_b$ ...?

**(a)** um eine additive Konstante.

**(b)** um eine multiplikative Konstante.

**(c)** durch eine Stauchung oder Streckung in Richtung der $x$-Achse.

**(d)** nur durch das Vorzeichen.

**b)** Betrachten Sie die Funktionen $f, g, h : ]0, \infty[ \to \mathbb{R}$, die gegeben sind durch

$$f(x) := x^{\sqrt{x}}, \quad g(x) := (\sqrt{x})^x, \quad h(x) := e^{x^{3/2}}.$$

Welche Aussage über das Verhalten der Funktionen für $x \to \infty$ ist richtig? Für $x \to \infty$ wächst ...

**(a)** $h$ am langsamsten.

**(b)** $f$ am schnellsten.

**(c)** $g$ am schnellsten.

**(d)** $g$ schneller als $f$ aber langsamer als $h$.

**c)** Es seien $a > 1$ und $b > 1$ zwei reelle Zahlen. Dann unterscheiden sich die Funktionen $\log_a, \log_b :\ ]0, \infty[ \to \mathbb{R}$ ...

**(a)** um eine additive Konstante.

**(b)** um eine multiplikative Konstante.

**(c)** so stark, dass man sie gesondert untersuchen muss.

**(d)** nur durch das Vorzeichen.

**d)** Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

**(a)** $f$ ist stetig $\iff$ $f$ ist differenzierbar.

**(b)** $f$ ist stetig $\implies$ $f$ ist differenzierbar.

**(c)** $f$ ist stetig $\impliedby$ $f$ ist differenzierbar.

**Siehe nächstes Blatt!**

## English version

**1.** Find the inverse of the function

$$k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \sinh(x).$$

**2.** Which is the equation of the tangent to the graph of the function

$$f :\ (0, \infty)\ \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \log(x^9),$$

at the point $x = e$?

**3.** Let the function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by

$$f(x) := \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 0\,, \\ x^{n+1}, & \text{if } x > 0\,. \end{cases}$$

Here $n$ is a given natural number. Compute $f^{(k)}$ for all $k \in \{1, 2, \cdots, n\}$, if it exists. Is $f$ $n$-times continuously differentiable on the whole $\mathbb{R}$?

**4.** Let $a > 1$ and $x > 0$ be two real numbers. Prove the formula

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}\,.$$

**5.** Determine whether the function $a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto a(x) = \sqrt[3]{-4 - x}$$

is differentiable at the point $x_0 = -4$.

**6. Online Exercises**

**Multiple answers are possible.**

**a)** Let $a > 1$ and $b > 1$ be real numbers and define the functions $e_a, e_b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ via $x \mapsto a^x$ and $x \mapsto b^x$. Then $e_a$ and $e_b$ differ ...?

**(a)** by an additive constant.
**(b)** by a multiplicative constant.
**(c)** by a compression or dilation in the direction of the $x$-axis.

**Bitte wenden!**

**(d)** uniquely by the sign.

**b)** Consider the functions $f, g, h : ]0, \infty[ \to \mathbb{R}$, given by

$$f(x) := x^{\sqrt{x}}, \quad g(x) := (\sqrt{x})^x, \quad h(x) := e^{x^{3/2}}.$$

Which staments about the behavior of the functions for $x \to \infty$ is correct? For $x \to \infty$...

**(a)** $h$ is the slowest one to grow.
**(b)** $f$ is the fastest one to grow.
**(c)** $g$ is the fastest one to grow.
**(d)** $g$ grows faster than $f$ but slower than $h$.

**c)** Let $a > 1$ and $b > 1$ be real numbers. Then the functions $\log_a, \log_b : ]0, \infty[ \to \mathbb{R}$ differ...

**(a)** by an additive constant.
**(b)** by a multiplicative constant.
**(c)** so strongly that one should study them separately.
**(d)** uniquely by the sign.

**d)** Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be a function. Which of the following claims are correct?

**(a)** $f$ is continuous $\iff$ $f$ is differentiable.
**(b)** $f$ is continuous $\implies$ $f$ is differentiable.
**(c)** $f$ is continuous $\impliedby$ $f$ is differentiable.