D-ITET Analysis I HS 2015
Prof. Alessandra Iozzi

Serie 8

1. Bestimme die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $\log(\sin x)$ für $x \in (0, \pi)$,

b) a^x für $x \in (0, \infty)$ und ein $a \in (0, \infty)$,

c) x^x für $x \in (0, \infty)$,

d) $9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$ für $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,

e) $\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$ für $x \in (4, \infty)$,

f) $\log(\cosh x)$ für $x \in \mathbb{R}$,

g) $\log(\log(\log x))$ für $x \in (e, \infty)$,

h) $3^x x^3$ für $x \in \mathbb{R}$,

i) $\arctan(x - \sqrt{x^2+1})$ für $x \in \mathbb{R}$.

2. Bestimmen Sie die Konstanten $\alpha, t, r \in \mathbb{R}$, so dass die Funktion

$$k(x) = \begin{cases} x^{100} + 1 & \text{falls } x \leq 0\,, \\ \alpha x^{1/100} + te^{-1/x} + r & \text{falls } x > 0\,, \end{cases}$$

a) stetig ist,

b) differenzierbar ist.

3. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Maxima und Minima von

$$f : [-2, 3] \to \mathbb{R}\,, \quad x \mapsto f(x) = |x^3 - 3x^2 + 3x|\,.$$

Abgabe: Donnerstag mittag (bis 13:00), 12. November 2015, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

4. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Donnerstag abend (bis 20:00), 12. November 2015.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

Bitte wenden!

a) Welche der folgenden Aussagen ist *falsch*?

(a) $2h^3 + h^4 = o(h)$ für $h \to 0$.
(b) $2h^3 + h^4 = o(h^2)$ für $h \to 0$.
(c) $2h^3 + h^4 = o(2h^2)$ für $h \to 0$.
(d) $2h^3 + h^4 = o(h^3)$ für $h \to 0$.

b) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar und sei $a < c < b$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) $f'(c) = 0 \iff c$ ist eine Extremalstelle.
(b) $f'(c) = 0 \implies c$ ist eine Extremalstelle.
(c) $f'(c) = 0 \impliedby c$ ist eine Extremalstelle.

c) Welche der folgenden Funktion besitzt kein Maximum?

(a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{1-x^2}{1+x^2}$.
(b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{x^3-x}{x^2+2}$.
(c) $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{-x^4+x^3+x-1}{x^2+3}$.
(d) $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^2} \cos(x)$.
(e) $f_5 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^4}(x^2 - 1)$.

English version

1. Determine the first derivative of the following functions:

a) $\log(\sin x)$ for $x \in (0, \pi)$,

b) a^x for $x \in (0, \infty)$ and $a \in (0, \infty)$,

c) x^x for $x \in (0, \infty)$,

d) $9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$ for $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,

e) $\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$ for $x \in (4, \infty)$,

f) $\log(\cosh x)$ for $x \in \mathbb{R}$,

g) $\log(\log(\log x))$ for $x \in (e, \infty)$,

h) $3^x x^3$ for $x \in \mathbb{R}$,

i) $\arctan(x - \sqrt{x^2+1})$ for $x \in \mathbb{R}$.

2. Determine the constants $\alpha, t, r \in \mathbb{R}$ such that the function

$$k(x) = \begin{cases} x^{100} + 1 & \text{if } x \leq 0\,, \\ \alpha x^{1/100} + te^{-1/x} + r & \text{if } x > 0\,, \end{cases}$$

a) is continuous

b) is differentiable.

3. Find the local and global maxima and minima of

$$f : [-2, 3] \to \mathbb{R}\,, \quad x \mapsto f(x) = |x^3 - 3x^2 + 3x|\,.$$

4. Online Exercises

Multiple answers are possible.

a) Which of the following statements is *false*?

(a) $2h^3 + h^4 = o(h)$ for $h \to 0$.
(b) $2h^3 + h^4 = o(h^2)$ for $h \to 0$.
(c) $2h^3 + h^4 = o(2h^2)$ for $h \to 0$.
(d) $2h^3 + h^4 = o(h^3)$ for $h \to 0$.

b) Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be differentiable and $a < c < b$. Which of the following claims is correct?

(a) $f'(c) = 0 \iff c$ is an extreme point.
(b) $f'(c) = 0 \implies c$ is an extreme point.

Bitte wenden!

(c) $f'(c) = 0 \Longleftarrow c$ is an extreme point.

c) Which of the following functions has no maximum?

(a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

(b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{x^3-x}{x^2+2}$.

(c) $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{-x^4+x^3+x-1}{x^2+3}$.

(d) $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^2} \cos(x)$.

(e) $f_5 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^4}(x^2 - 1)$.