

Schnellübung 1

1. Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die der Ausdruck

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x-2|^3 - 2}{x^2 + x - \pi}\right)$$

definiert ist.

2. Beschreiben Sie explizit die Elemente der folgenden Mengen:

- a) $K_1 := \{(-1)^n n + \cos(n\pi) : n \in \mathbb{N}\}$,
b) $K_2 := \{\cos [((-1)^n n + \cos(n\pi))\pi] : n \in \mathbb{N}\}$,
c) $K_3 := \left\{ \frac{4}{\pi^2} \frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{n^2} - \frac{2}{\pi} \frac{\cos(n\pi)}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$.

3. Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1)$ sei definiert durch

$$x \mapsto \frac{x}{1 + |x|}.$$

Zeigen Sie, dass f eine bijektive Funktion ist.

4. Berechnen Sie ohne Hilfe Ihres Taschenrechners die folgende Summe

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ ungerade}}}^{2 \cdot 10^6 - 1} j.$$