

Schnellübung 4

1. Welche der folgenden Funktionen ist nicht gleich den anderen?

- a) $\operatorname{arcsinh}(y)$
- b) $\log(y + \sqrt{y^2 + 1})$
- c) $\log y + \log(\sqrt{y^2 + 1})$
- d) $\beta \log(y + \sqrt{y^2 + 1})^{1/\beta}$, $\beta > 0$.

2. Sei $\alpha > -1$. Betrachten Sie die Funktion

$$f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|^{\alpha+1}.$$

Bestimmen Sie für welche α die erste Ableitung von f_α an der Stelle 0 existiert.

3. Bestimme die globalen Extremalstellen der folgenden Funktionen:

- a) $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^3 - x^2 - 8x + 1$,
- b) $f : [-1, \frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$,
- c) $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto (x-1)e^{-\frac{x^2}{2}}$.

4. Diskutiere die Funktion

$$g(x) = -\frac{1}{\log(\arctan(x) + 1)}$$

im Hinblick auf Extrema, kritische Punkte und ihr Verhalten auf dem Rand ihres Definitionsbereichs.

English version

1. Which of the following functions is not equal to the others?

- a) $\operatorname{arcsinh}(y)$
- b) $\log(y + \sqrt{y^2 + 1})$
- c) $\log y + \log(\sqrt{y^2 + 1})$
- d) $\beta \log(y + \sqrt{y^2 + 1})^{1/\beta}$, $\beta > 0$.

2. Let be $\alpha > -1$ and consider the function

$$f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|^{\alpha+1}.$$

Determine for which values of α the first derivative of f_α at the point 0 exists.

3. Determine the extreme values of the following functions:

- a) $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^3 - x^2 - 8x + 1,$
- b) $f : [-1, \frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1},$
- c) $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto (x - 1)e^{-\frac{x^2}{2}}.$

4. Study the function

$$g(x) = -\frac{1}{\log(\arctan(x) + 1)}$$

and in particular its extreme values, its critical points and its behaviour at the boundary of its domain of definition.