Schnellübung 5

1. Berechnen Sie die Zahl $\sqrt[16]{e}$, mit Hilfe der Taylorreihe der Funktion $f(x) = e^{x^2}$, bis auf einen Fehler von $5 \cdot 10^{-3}$ aus.

2. Beweise die folgende Ungleichung

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k > \log(1+x) \quad \text{für} \quad x > -1, x \neq 0.$$

Hinweis: Benütze die Formel für das n-te Restglied des Taylorpolynomes.

3. Bestimme die allgemeinen Lösungen $y = y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen:

a) $y'' + y' - 2y = 0$;

b) $y'' + 6y' + 13y = 0$;

c) $y'' - 2y' + y = 0$;

d) $y^{(4)} - 4y'' = 0$.

English version

1. Compute the number $\sqrt[16]{e}$, with the help of the Taylor polynomial of the function $f(x) = e^{x^2}$, uptill an error smaller than $5 \cdot 10^{-3}$.

2. Show the following inequality

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k > \log(1+x) \quad \text{for} \quad x > -1, x \neq 0.$$

Hint: Use the formula for the n-th rest term of the Taylor polynomial.

3. Determine the general solution $y = y(x)$ of the following ODEs:

a) $y'' + y' - 2y = 0$;

b) $y'' + 6y' + 13y = 0$;

c) $y'' - 2y' + y = 0$;

d) $y^{(4)} - 4y'' = 0$.