Schnellübung 6

1. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y''(x) + \frac{y'(x)}{x} + \frac{4y(x)}{x^2} = \frac{\cos(2\log x)}{x^2} \quad \text{für} \quad x > 0\,.$$

`Hinweis`**:** Benutzen Sie die Substitution $x = e^t$.

2. Berechne mit partieller Integration das Integral

$$\int \cos^2(x) dx.$$

3. **a)** Berechne die Ableitung der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad f(x) = \int_0^{x^3} \cos^3(t)\, dt.$$

b) Berechne $(f^{-1})'(0)$ für $f(x) = \displaystyle\int_\pi^x \cos(\cos(t))\, dt.$

4. Berechne die folgenden Integrale.

a) $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{\log^2 x}{x}\, dx$;

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$;

c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(3x - \pi/4)\, dx$;

d) $\displaystyle\int_0^{1} t^2 \cdot \cosh(2t)\, dt$;

Bitte wenden!

English version

1. Solve the ODE

$$y''(x) + \frac{y'(x)}{x} + \frac{4y(x)}{x^2} = \frac{\cos(2\log x)}{x^2} \quad \text{for} \quad x > 0\,.$$

`Hint`**:** Use the substitution $x = e^t$.

2. Compute with a partial integration the integral

$$\int \cos^2(x)dx.$$

3. **a)** Compute the derivative of the function

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \quad f(x) = \int_0^{x^3} \cos^3(t)\, dt.$$

b) Compute $(f^{-1})'(0)$ for $f(x) = \displaystyle\int_\pi^x \cos(\cos(t))\, dt$.

4. Compute the following integrals.

a) $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{\log^2 x}{x}\, dx$;

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$;

c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(3x - \pi/4)\, dx$;

d) $\displaystyle\int_0^{1} t^2 \cdot \cosh(2t)\, dt$;