

Serie 5

(1) Lösen Sie die ein-dimensionale Wellengleichung

$$u_{tt} - 9u_{xx} = 0,$$

$$u(x, 0) = x^2,$$

$$u_t(x, 0) = 6x.$$

(2) Mit Hilfe der Laplace-Transformation lösen Sie die folgende GDG

$$x''(t) + x'(t) + x(t) = \sin(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

(3) Finden Sie die Lösung der drei-dimensionalen Wellengleichung

$$u_{tt} - \Delta u = 0, \quad t \in [0, \infty)$$

mit Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(4) Zeigen Sie das Folgende. Die Lösung der zwei-dimensionalen Wellengleichung

$$u_{tt} - \Delta u = 0, \quad t \in [0, \infty)$$

mit Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = f(x), \quad u_t(x, 0) = g(x)$$

ist gegeben durch

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{D_t(x)} \frac{g(y)}{\sqrt{t^2 - |y - x|^2}} dA(y) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{D_t(x)} \frac{f(y)}{\sqrt{t^2 - |y - x|^2}} dA(y) \right),$$

wobei

$$D_t(x) := \{y \in \mathbb{R}^2 \mid |x - y| < t\}.$$

Abgabetermin: Bitte legen Sie Ihre Lösungen bis spätestens Freitag, 27.11.2015 in das Fächlein Ihres Assistenten in HG F28.