Zbl 022.35402

Erdős, Paul

On a family of symmetric Bernoulli convolutions. (In English)

Amer. J. Math. 61, 974-976 (1939).

Sei die reelle Funktion $\beta(x) = 0,\ 1/2\ ,1\ (-\infty < x < +\infty)$, je nachdem $x < -1$, $|x| \leq 1$, $x > 1$ ist und $0 < a < 1$ eine reelle Zahl. Es sei $\lambda(x, a)$ die unendliche Bernoulli-Faltung

$$\lambda(x, a) = \beta(x/a)^{*}\beta(x/a^2)^{*}...; \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

wenn $L(a, t)$ ihre Fourier-Stieltjes-Transformation ist, gilt

$$L(a, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} d\lambda(x, a) = \prod_{n=1}^{\infty} \cos(a^n t). \qquad (-\infty < t < +\infty)$$

Bekanntlich ist $\lambda(x, a)$ rein singulär, wenn $0 < a < 1/2$ ist (d.h. fast überall gilt $d\lambda/dx = 0$), und also ist $\lambda(x, a)$ nicht absolut stetig (*R. Kerschner*, Zbl 013.30002). Wenn jedoch $a = 1/2, (1/2)^{1/2}, (1/2)^{1/3}, ...(1/2 \leq a \leq 1)$ ist, ist $\lambda(x, a)$ absolut stetig (*A. Wintner*, Zbl 013.25701).

Der Verf. beweist, daß unendlich viele Werte $a(1/2 < a < 1)$ existieren, für die $\lambda(x, a)$ rein singulär ist. Besonders trifft das für alle Zahlen $a = \frac{1}{\alpha}$, $\alpha > 1$, $|\alpha_j| < 1$ zu, wo α eine reelle, algebraische, ganze Zahl n-ten Grades ist (α_j, $j = 2, 3, ..., n$ die α assoziierten Zahlen). Außerdem wird noch das Verhalten von $L(a, t)$ für $t \to \infty$ betrachtet.

L.Cesari (Pisa)

Classification:
45E10 Integral equations of the convolution type