Zbl 047.30102

Erdős, Pál

On a Tauberian theorem for Euler summability. (In English)

Acad. Serbe Sci., Publ. Inst. Math. 4, 51-56 (1952).

Sei E das Euler-Knoppsche Summierungsverfahren der Ordnung 1:

$$E-\sum_0^\infty a_n=\sum_{n=0}^\infty 2^{-n-1}\sum_{\nu=0}^n \binom{n}{\nu} a_\nu.$$

Satz 1: Es gibt eine Konstante $A>0$, so daß (1) $\sum a_n$ konvergiert, wenn (1) eine E-summierbare Reihe, n_i $(i=0,1,...)$ eine Indexfolge mit $n_{i+1}-n_i>A\sqrt{n_i}$ und $a_n=0$ für $n\neq n_i$ ist. Darin sind verschiedene ältere Ergebnisse ganz oder teilweise enthalten (vgl. z.B. Ref., Zbl 024.02901; Zbl 028.21801). Daß die Aussage ziemlich versteckt liegt, zeigen die erforderlichen längeren Abschätzungen. Unbewiesen bleibt Satz 2: Ist die Reihe (1) E-summierbar, so ist sie konvergent, wenn es eine Zahl $\lambda>0$ und eine Indexfolge n_i gibt, so daß $n_{i+1}-n_i>\lambda\sqrt{n_i}$ und $a_n=0$ für $n\neq n_i$ ist. Der Verf. bemerkt jedoch, daß Satz 2, falls überhaupt gültig, hinsichtlich der Lückenlänge bestmöglich ist.
Inzwischen konnte gezeigt werden, daß Satz 2 richtig ist [s. die Arbeit des Ref. in Math. Z. 57, 351-352 (1953; Zbl 050.06801)].

W.Meyer-König

Classification:
40E05 Tauberian theorems, general
40G05 Traditional summability methods