
Zbl 056.27001
Erdős, Paul
Some results on additive number theory. (In English)
Proc. Am. Math. Soc. 5, 847-853 (1954). [0002-9939]

Nach *G.G.Lorentz* (Zbl 056.03902) gibt es zu jeder beliebigen unendlichen Menge $\mathfrak{A}$ nichtnegativer ganzer Zahlen ebensolche Menge $\mathfrak{B}$ mit den Eigenschaften
1. $\mathfrak{A}+\mathfrak{B}$ enthält alle hinreichend großen natürlichen Zahlen,
2. die asymptotische Dichte von $\mathfrak{B}$ istNull, genauer

$$(*) \qquad B(n) < \sum_{k=1}^{n} \frac{\log A(k)}{A(k)} \quad (A(k) > 0; c = \text{const} > 0)$$

[$A(n)$ bzw. $B(n)$ bedeuten die Anzahlen der positiven Elemente von $\mathfrak{A}$ bzw. $\mathfrak{B}$, die kleiner oder gleich n sind.]
Wählt man speziell für $\mathfrak{A}$ die Primzahlmenge, so folgt aus $(^*)B(n) = O(\log^3 n)$. Der Verf. beweist, daß in diesem Spezialfall sogar Mengen $\mathfrak{B}$ mit $B(n) = O(\log^2 n)$ existieren.
Besitzt $\mathfrak{A}$ positive asymptotische Dichte, so folgt aus $(^*)$ leicht $B(n) = O(\log^2 n)$. Der Verf. zeigt, daß dies Ergebnis allgemein nicht verbessert werden kann, indem er die Existenz von Mengen $\mathfrak{A}$ mit positiver asymptotischer Dichte nachweist, so daß aus $(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\cap[N,\infty) = [N,\infty)$ für genügend großes N stets $B > \text{const}\cdot\log^2 n$ folgt.
Abschließend greift der Verf. noch die von *B.Volkmann* (Zbl 048.03401) aufgeworfene Frage auf: "Gibt es pseudorationale Mengen $\mathfrak{A},\mathfrak{B}$ derart, daß $\mathfrak{A}+\mathfrak{B}$ nicht pseudorational ist". Der Verf. zeigt, daß es solche Mengen gibt, und behandelt außerdem noch einige Modifikationen dieser Fragestellung [dieses Ergebnis ist jedoch nicht neu; ein auf M. Kneser zurückgehendes Beispiel gibt *B.Volkmann* (Zbl 056.05103) an].

H.Ostmann

Classification:
11B30 11B30

©European Mathematical Society & FIZ Karlruhe & Springer-Verlag