Zbl 065.02706
Erdős, Pál
On amicable numbers. (In English)
Publ. Math., Debrecen 4, 108-112 (1955). [0033-3883]

Der Verf. beweist den Satz: Die Dichte der befreundeten Zahlen ist Null. Der Beweis stützt sich auf drei Hilfssätze. Der erste ist ein Sonderfall eines Satzes von *P. Turán* (Zbl 014.00901) und lautet: Es sei $\{q_i\}$ eine Folge von Primzahlen, für die $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{q_i}$ bestimmt divergiert; es sei $v_q(n)$ die Anzahl der verschiedenen q_i, durch die die natürliche Zahl n teilbar ist. Schließlich sei A eine beliebig vorgegebene positive Zahl. Dann ist die Dichte der Menge aller n mit $v_q(n) < A$ gleich Null.
Der zweite Hilfssatz besagt: A sei eine beliebig vorgegebene natürliche Zahl; p bedeute eine Primzahl; $\sigma(n)$ sei die Summe aller Teiler von n. Die Dichte aller n mit der Eigenschaft $\sigma(n) \not\equiv 0 \pmod{\prod_{p\le A} p^A}$ ist gleich Null. Die Aussage von Hilfssatz 3 können wir so formulieren: Es sei $\sigma_A(n) = \sum_{\substack{d|n \\ d\le A}} \frac{n}{d}$. Zu jedem Paar positiver Zahlen ε, η gibt es dann eine positive Zahl A_0 so, daß für $A > A_0$ die Anzahl der natürlichen Zahlen $n \le x$ mit $\sigma(n) - \sigma_A(n) > \eta n$ kleiner als εx ist. Beim Beweis des oben erwähnten Satzes wird noch benutzt, daß die Dichte der Menge aller natürlicher Zahlen n mit $\sigma(n)/n \le c$ existiert und eine stetige Funktion von c ist.

H.J.Kanold

Classification:
11A25 Arithmetic functions, etc.