Zbl 115.26501
Erdős, Pál; Stein, Sherman
Sums of distinct unit fractions (In English)
Proc. Am. Math. Soc. 14, 126-131 (1963). [0002-9939]

Eine Folge $S = \{n_1 < n_2 < \cdots\}$ natürlicher Zahlen ist eine R- Basis, wenn jede natürliche Zahl als Summe von endlich vielen verschiedenen n_i^{-1} darstellbar ist. *H.S.Wilf* [Bull. Am. Math. Soc. 67, 488-489 (1961; Zbl 100.07001)] hat folgende Fragen aufgestellt: Ist die Folge der ungeraden Zahlen eine R-Basis? — Ist jede arithmetische Progression eine R-Basis? — Hat eine R-Basis notwendig die Dichte > 0?
Wenn S die Folge aller natürlichen Zahlen und $f(n)$ die kleinste Anzahl der für eine Darstellung von n nötigen Summanden ist, welches ist das Verhalten von $f(n)$?
Die Verff. geben Antwort auf die zwei letzten Fragen und beweisen:
1. Es existiert eine Folge S der Dichte $= 0$ so, daß jede positive rationale Zahl die Summe von endlich vielen Reziproken verschiedener Glieder von S ist. Sie verschärfen sogar: Wenn $a_1 < a_2 < \cdots$ eine Folge natürlicher Zahlen ist und $\sum 1/a_n$ divergiert, dann existiert eine Folge $b_1 < b_2 < \cdots$, $a_n < b_n$ für $n = 1, 2, ...$ so, daß jede positive rationale Zahl die Summe von endlich vielen Reziproken verschiedener b_n ist.
2. Es ist $\lim_{n\to\infty} f(n)e^{-n} = e^{-\gamma}$, wo γ die Eulersche Konstante bezeichnet. Außerdem werden noch einige weitere verwandte Resultate gegeben.

K.Černý

Classification:
11A67 Representation systems for integers and rationals
11B75 Combinatorial number theory