
Zbl 127.02202

Erdős, Pál

Remarks on number theory. IV: Extremal problems in number theory. I (In Hungarian)

Mat. Lapok 13, 228-254 (1962). [0025-519X]

[Teil III s. Zbl 123.25503]

Die Arbeit enthält eine reiche Übersicht über die Extremalprobleme der Zahlentheorie. Jedem Problem ist im Text der Arbeit eine Literaturübersicht beigefügt, so wie auch die besten Ergebnisse, die bei der Lösung des Problems erreicht worden sind, sogar oft die Hypothesen des Verf. und seine Vorschläge, in welcher Richtung die Untersuchungen dieses Problems fortschreiten sollten. In der Arbeit sind nur solche Beweise aufgeführt, die noch nicht veröffentlicht waren.

Einige typische Probleme: 1. Es sei $a_1, a_2, ..., a_k$ eine Folge natürlicher Zahlen mit folgenden Eigenschaften:

a) $a_1 < a_2 < \cdots < a_k \leq n$,

b) kein a_i ist durch a_j $(j \neq i)$ teilbar.

Es soll $\max \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{a_i}$ [für alle Folgen mit den Eigenschaften a), b)] nach oben abgeschätzt werden. Das bisher beste Ergebnis des Verf.:

$$\max \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{a_i} = (1 + o(1)) \frac{\log n}{(2\pi \log\log n)^{1/2}}.$$

2. Es sei $a_1, a_2, ..., a_y$ eine Folge von natürlichen Zahlen mit folgenden Eigenschaften: a) $a_1 < a_2 < \cdots < a_y \leq n$, b) es existiert keine solche Teilfolge $a_{i_1} < a_{i_2} < \cdots < a_{i_k}$ (k is fixiert) dieser Folge, daß je zwei Glieder dieser Teilfolge denselben größten gemeinsamen Teiler hätten. Es sei $A_k(n) = \max y$ gesetzt, dann gibt die bisher beste Abschätzung $A_k(n) < n/\exp[(\log n)^{1/2-\varepsilon}]$.
3. Wie groß ist die größte Anzahl $f(n)$ von natürlichen Zahlen $a_1 < a_2 < \cdots < a_y \leq n$ mit der Eigenschaft, daß die Summen $a_i + a_j$ $(i, j = 1, 2, ..., y)$ gegenseitig verschieden sind? Die Hypothese des Verf.: $f(n) = n^{1/2} + O(1)$.

T.Šalát

Classification:
11B83 Special sequences of integers and polynomials
11B75 Combinatorial number theory
00A07 Problem books