Zbl 135.10003

Erdős, Pál; Gordon, B.; Rubel, L.A.; Straus, E.G.

Tauberian theorems for sum sets (In English)

Acta Arith. 9, 177-189 (1964). [0065-1036]

Sei $0 < k_0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \ldots$ eine Folge von reellen Zahlen, $S(x)$ die Anzahl der Summen, die sich aus den k_i bilden lassen und $\leq x$ sind (jedes k_i) soll in einer derartigen Summe höchstens einmal vorkommen). Verff. untersuchen die Frage, "wie ähnlich" die Folge $\{k_i\}$ der Folge der Potenzen von 2 sein muß, wenn $S(x)$ nahe an x ist. Seien $A = \liminf\{S(x)/x\}$, $\alpha = \liminf(2^n/k_n)$, B und β die entsprechenden oberen Limits. Dann gilt: $\alpha = A$ und $B \geq \beta(2\alpha/\beta - \alpha^2/\beta^2)$, und dies ist in gewissem Sinn bestmöglich. Ist weiter $|S(x) - x|$ beschränkt, so auch $k_n - 2^n$, und es gilt sogar $\sum_n |k_n - 2^n| < \infty$, so daß für genügend großes n genau $k_n = 2^n$ gilt, wenn die k_n ganz sind. Ferner werden auch für nicht beschränktes $|S(x) - x|$ Schranken für $\sum_{n \leq N} |k_n - 2^n|$ angegeben, und es wird gezeigt, daß unmöglich $S(x) \sim x^\alpha f(x)$, $0 < \alpha < 1$, sein kann, wenn $f(x)$ in dem Sinn langsam oszillierend ist, daß für jedes $a > 0$ $\lim_{x\to\infty} \frac{f(ax)}{f(x)} = 1$ gilt und $x^\alpha f(x)$ eigentlich monoton zunehmend ist.

K.Prachar

Classification:
11B05 Topology etc. of sets of numbers
11M45 Tauberian theorems