
Zbl 828.11006

Erdős, Paul; Nathanson, Melvyn B.; Tetali, Prasad

Independence of solution sets and minimal asymptotic bases. (In English)

Acta Arith. 69, No.3, 243-258 (1995). [0065-1036]

Sei $A \subseteq \mathbb{N}$ and $2 \leq k \in \mathbb{N}$; dann bedeutet $r_A(n)$ die Anzahl der Darstellungen von n als (1) $n = a_1 + a_2 + \cdots + a_k$ mit (2) $a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_k$ $(a_i \in A : i = 1, \dots, k)$ and $r'_A(n)$ die Anzahl der eingeschränkten Darstellungen von n in der Form (1) mit (3) $a_1 < a_2 < \cdots < a_k$ $(a_i \in A;\ i = 1, \dots, k)$. Eine Menge A heißt asymptotische Basis k-ter Ordnung, wenn es ein $n_1 \in \mathbb{N}$ gibt mit $r_A(n) > 0$ für alle $n > n_1$; eine Menge A heißt eingeschränkte asymptotische Basis k-ter Ordnung, wenn es ein $n_1 \in \mathbb{N}$ gibt mit $r'_A(n) > 0$ für alle $n > n_1$. Eine asymptotische Basis A k-ter Ordnung heißt minimal, wenn $A \setminus \{a\}$ für ein $a \in A$ keine asymptotische Basis k-ter Ordnungist (entsprechend für eingeschränkte asymptotische Basen). Ferner heißt eine asymptotische Basis A k-ter Ordnung $\aleph_0$-minimal, wenn für jede endliche Teilmenge $F \subset A$ die Menge $A \backslash F$ asymptotische Basis k-ter Ordnung ist, aber für jede unendliche Teilmenge $I \subset A$ die Menge $A \backslash I$ keine asymptotische Basis k-ter Ordnung ist. Schließlich ist $r_A(n;a)$ die Anzahl der Darstellungen von n in der Form (1) mit (2), wobei $a_i = a$ für gewisse $i = 1, \dots, k$ und $S_A(n) = \{a \in A | r_A(n;a) > 0\}$. Als ein Resultat dieser Arbeit sei genannt (Theorem 1): Sei A eine streng monoton wachsende Folge von Zahlen aus $\mathbb{N}$ und $k \geq 2$. Wenn gilt (i) $\lim_{n\to\infty} r_A(n) = \infty$; (ii) $r_A(n;a)$ ist beschränkt für alle $n \geq 1$, $a \in A$; (iii) $|S_A(m) \cap S_A(n)|$ ist beschränkt für alle $m \neq n$; dann enthält A eine minimale asymptotische Basis und eine $\aleph_0$- minimale asymptotische Basis k-ter Ordnung. Theorem 2 gibt eine entsprechende Aussage für eingeschränkte asymptotische Basen.

E.Härtter (Mainz)

Classification:
11B13 Additive bases

Keywords:
minimal asymptotic bases; restricted asymptotic bases