INFORMACIÓN NACIONAL

La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda

18 de Noviembre de 2008

En esta oportunidad reseñaremos la actividad olímpica entre julio y noviembre de 2008. Se destacan los siguientes eventos: La 49^a Olimpiada Iternacional de Matemáticas, IMO, celebrada en Madrid, España del 10 al 22 de Julio de 2008 y organizada por la Real Sociedad Matemática Española, y la XXIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, OIM, celebrada en Salvador, Brasil del 18 al 28 de Septiembre y organizada por la Sociedad Brasilera de Matemáticas. También asistimos a la reunión anual del Canguro Matemático, celebrada en Berlín, del 15 al 19 de Octubre. Este año participaron en el Canguro Matemático más de cinco millones de jóvenes de 41 países, y nosotros fuimos el octavo país en cantidad de alumnos concursantes. El Canguro es hoy en día la competencia matemática de masas más grande y popular del mundo. Otra competencia interesante, pero que aún no logra arraigarse en nuestra comunidad es la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas Universitaria, la cual se ha celebrado en el mes de Noviembre y a la fecha de escribir esta reseña, no tenemos información completa de la cantidad de universidades venezolanas que han participado. Quiero llamar la atención sobre la participación de la Real Sociedad Matemática Española y la Sociedad Brasilera de Matemáticas, como principales protagonistas en la organización de Olimpiadas Matemáticas en sus países. Pienso que nuestra comunidad matemática debe reflexionar sobre esto y su participación en nuestras competencias matemáticas.

La delegación venezolana que participó en la IMO, estuvo integrada por:

Sofía Taylor, Caracas, Mención Honorífica.

David Urdaneta, Maracaibo

Laura Vielma, Tutor de Delegación, Universidad de Los Andes, Bogotá.

Rafael Sánchez Lamoneda, Jefe de Delegación, UCV, Caracas.

La delegación venezolana que participó en la OIM, estuvo integrada por:

Carmela Acevedo, Caracas. Mención Honorífica.

Estefanía Ordaz, Puerto La Cruz, Mención Honorífica

David Urdaneta, Maracaibo, Mención Honorífica

Jesús Rangel, Caracas

Eduardo Sarabia, Tutor de Delegación, UPEL-IPC, UCV. Caracas

Henry Martínez León, Jefe de Delegación, UPEL-IPC, Caracas.

Otra actividad importante es la publicación por segundo año consecutivo del calendario matemático, el cual se puede obtener visitando nuestra página web, http://www.acm.org.ve/calendario.

Es importante señalar el apoyo recibido por nuestros patrocinadores, la Fundación Empresas Polar, CANTV, Acumuladores Duncan, MRW y la Fundación Cultural del Colegio Emil Friedman. También queremos agradecer a las Universidades e Instituciones que nos apoyan para la organización de todas nuestras actividades, UCV, USB, LUZ, URU, UPEL, UCOLA, UNEXPO, UDO, el IVIC y la Academia Venezolana de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales. Muchas gracias a todos.

Como siempre finalizamos con algunos de los problemas de las competencias a las cuales asistimos. En esta oportunidad les mostramos los exámenes de IMO y de la OIM. Cada examen tiene una duración de cuatro horas y media y el valor de cada problema es de 7 puntos.

49^a Olimpiada Internacional de Matemáticas

Primer día

Madrid, España, 16 de Julio de 2008

Problema 1

Un triángulo acutángulo ABC tiene ortocentro H. La circunferencia con centro en el punto medio de BC que pasa por H corta a la recta BC en A_1 y A_2. La circunferencia con centro en el punto medio de CA que pasa por H corta a la recta CA en B_1 y B_2. La circunferencia con centro en el punto medio de AB que pasa por H corta a la recta AB en C_1 y C_2. Demostrar que A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 están sobre una misma circunferencia.

Problema 2

(a) Demostrar que

$$\frac{x^2}{(x-1)^2}+\frac{y^2}{(y-1)^2}+\frac{z^2}{(z-1)^2}\geq 1 \qquad (*)$$

para todos los números reales x, y, z, distintos de 1, con $xyz=1$.

(b) Demostrar que existen infinitas ternas de números racionales x, y, z, distintos de 1, con $xyz=1$ para los cuales la expresión $(*)$ es una igualdad.

Problema 3

Demostrar que existen infinitos números enteros positivos n tales que n^2+1 tiene un divisor primo mayor que $2n+\sqrt{2n}$.

Segundo día

Madrid, España, 17 de Julio de 2008

Problema 4

Hallar todas las funciones $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ (es decir, las funciones f de los números reales positivos en los números reales positivos) tales que

$$\frac{\Big(f(w)\Big)^2 + \Big(f(x)\Big)^2}{f(y^2) + f(z^2)} = \frac{w^2 + x^2}{y^2 + z^2}$$

para todos los números reales positivos w, x, y, z, que satisfacen $wx = yz$.

Problema 5

Sean n y k enteros positivos tales que $k \geq n$ y $k - n$ es par. Se tienen $2n$ lámparas numeradas 1, 2, ..., $2n$, cada una de las cuales puede estar encendida o apagada. Inicialmente todas las lámparas están apagadas. Se consideran sucesiones de *pasos*: en cada paso se selecciona exactamente una lámpara y se cambia su estado (si está apagada se enciende, si está encendida se apaga).

Sea N el número de sucesiones de k pasos al cabo de los cuales las lámparas 1,2, ..., n quedan todas encendidas, y las lámparas $n+1$, ..., $2n$ quedan todas apagadas.

Sea M el número de sucesiones de k pasos al cabo de los cuales las lámparas 1,2, ..., n quedan todas encendidas, y las lámparas $n+1$, ..., $2n$ quedan todas apagadas sin haber sido nunca encendidas.

Problema 6

Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo tal que las longitudes de los lados BA y BC son diferentes. Sean ω_1 y ω_2 las circunferencias inscritas dentro de los triángulos ABC y ADC respectivamente. Se supone que existe una circunferencia ω tangente a la prolongación del segmento BA a continuación de A y tangente a la prolongación del segmento BC a continuación de C, la cual también es tangente a las rectas AD y CD. Demostrar que el punto de intersección de las tangentes comunes exteriores de ω_1 y ω_2 está sobre ω.

XXIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

Primer día

Salvador, Brasil, 23 de Septiembre de 2008

Problema 1

Se distribuyen los números $1, 2, 3, \ldots, 2008^2$ en un tablero de 2008×2008, de modo que en cada casilla haya un número distinto. Para cada fila y cada columna del tablero se calcula la diferencia entre el mayor y el menor de sus elementos. Sea S la suma de los 4016 números obtenidos. Determine el mayor valor posible de S.

Problema 2

Sea ABC un triángulo escaleno y r la bisectriz externa del ángulo $\angle ABC$. Se consideran P y Q los pies de las perpendiculares a la recta r que pasan por A y C, respectivamente. Las rectas CP y AB se intersectan en M y las rectas AQ y BC se intersectan en N. Demuestre que las rectas AC, MN y r tienen un punto en común.

Problema 3

Sean m y n enteros tales que el polinomio $P(x) = x^3 + mx + n$ tiene la siguiente propiedad: Si x e y son enteros y 107 divide a $P(x) - P(y)$, entonces 107 divide a $x - y$. Demuestre que 107 divide a m.

Segundo día

Salvador, Brasil, 24 de Septiembre de 2008

Problema 4

Demuestre que no existen enteros positivos x e y tales que

$$x^{2008} + 2008! = 21^y.$$

Problema 5

Sean ABC un triángulo y X, Y, Z puntos interiores de los lados BC, AC, AB, respectivamente. Sean $A^{'}$, $B^{'}$, $C^{'}$ los circuncentros correspondientes a los triángulos AZY, BXZ, CYZ. Demuestre que

$$(A^{'}B^{'}C^{'}) \geq \frac{(ABC)}{4}$$

y que la igualdad se cumple si y solo si las rectas $AA^{'}$, $BB^{'}$ $CC^{'}$ tienen un punto en común.

Observación: Para un triángulo cualquiera RST, denotamos su área por (RST).

Problema 6

En un partido de *biribol* se enfrentan dos equipos de cuatro jugadores cada uno. Se organiza un torneo de *biribol* en el que participan n personas, que forman equipos para cada partido (los equipos no sin fijos). Al final del torneo se observó que cada dos personas disputaron exactamente un partido en equipos rivales. ¿Para qué valores de n es posible organizar un torneo con tales características?

Rafael Sánchez Lamoneda
Escuela de Matemáticas.
Facultad de Ciencias. UCV
e-mail: rafael.sanchez@ciens.ucv.ve