

HISTOIRE  
DE  
L'ACADÉMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

---

ANNÉE M. DCCLXXI.

---

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,  
pour la même Année,

*Tirés des Registres de cette Académie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. DCCLXXXIV.



## A N A L Y S E.

### *SUR LES ÉLECTIONS PAR SCRUTIN.*

DANS les élections par scrutin, on emploie ordinairement l'une de ces deux méthodes, ou l'on regarde comme élu celui des candidats qui a obtenu le plus de voix, ou bien l'on préfère celui qui après des scrutins répétés, se trouve réunir le premier plus de la moitié, plus des deux tiers des voix. V. les Mém. page 657.

Cette seconde méthode suppose nécessairement qu'un certain nombre des votans finissent par se déterminer pour celui qu'ils jugent le plus digne, non entre tous les concurrens, mais dans le nombre de ceux qu'ils croient pouvoir réunir un nombre suffisant de voix. Ainsi, par ce moyen on parviendra non à choisir le candidat qui a le plus de mérite, mais à donner la place à un homme que la pluralité n'en juge pas indigne, & on paroît chercher moins à faire le meilleur choix qu'à s'assurer de n'en pas faire un mauvais.

C'est particulièrement de la première méthode qu'il s'agit dans le Mémoire de M. le Chevalier de Borda. Il observe d'abord que dans les élections faites sous cette forme, le vœu apparent de la pluralité peut être contraire au véritable vœu. Par exemple, si on suppose trois candidats qu'on appellera *A*, *B*, *C*, & qu'il y ait eu huit voix en faveur de *A*, sept en faveur de *B*, & six en faveur de *C*, *A* obtient la pluralité; mais par cette manière de voter, on fait seulement que huit personnes ont préféré *A* à ses deux concurrens.

## 32 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

rens, mais on ignore si elles préfèrent *B* à *C*. On fait que sept préfèrent *B* à *A* & à *C*, mais on ignore à qui de *A* ou de *C* elles donnent la préférence. Enfin, l'on ignore également quelle est sur le mérite de *A* & de *B*, l'opinion des six qui ont voté en faveur de *C*. Cependant si les huit votans pour *A*, avoient préféré *C* à *B*, si les sept votans pour *B*, avoient préféré *C* à *A*, si les six votans pour *C* avoient préféré *B* à *A*, il s'ensuivroit qu'il y auroit treize voix contre huit pour préférer *B* à *A*, treize voix contre huit pour préférer *C* à *A*; ainsi *A* auroit dû être exclu. Mais il y a aussi quatorze voix contre sept pour préférer *C* à *B*, *C* par conséquent auroit dû obtenir la préférence. Le véritable vœu de la pluralité auroit donc été précisément pour *C* qui a eu le moins de voix, & *A* qui en a eu le plus, est au contraire celui que le vœu de la pluralité place réellement le dernier.

Après avoir fait sentir le défaut de la méthode ordinaire, M. de Borda propose un moyen d'y remédier.

Il demande d'abord que les votans donnent chacun la liste des candidats, suivant l'ordre de mérite qu'ils leur supposent, ou bien qu'ils prononcent sur le mérite des candidats comparés deux à deux. Au reste, il est aisé de voir que cette liste, suivant l'ordre de mérite, étant donnée, on peut en tirer le jugement qu'a prononcé le votant sur le degré de mérite de deux concurrents quelconques.

M. de Borda suppose ensuite dans le concurrent placé le dernier, un mérite qu'il représente par une quantité indéterminée; le degré de mérite de celui qui le précède immédiatement, sera représenté par cette quantité, plus une autre qui exprime la supériorité; pour avoir le mérite du troisième, on ajoutera encore cette même quantité; en sorte que le mérite de celui qui a trois ou quatre de ses concurrents après lui, sera exprimé par la quantité qui exprime le mérite du dernier, plus, trois fois ou quatre fois la quantité toujours constante qui représente la différence de supériorité de mérite entre deux concurrents placés immédiatement l'un après l'autre.

On

## DES SCIENCES. 33

On aura par ce moyen le mérite qui résulte pour chaque concurrent du vœu d'un des électeurs; prenant ensuite la somme de chacune de ces valeurs donnée par chaque vœu, on aura la valeur qui résulte du vœu général pour le mérite de chaque concurrent; & le candidat pour qui cette somme est la plus grande, est celui en faveur de qui le vœu de la pluralité s'est expliqué.

La valeur de mérite supposée à celui qui est placé le dernier, étant accordée pour tous les électeurs à tous les concurrents, est égale pour chacun. La valeur qui doit y être ajoutée, est proportionnelle à celle qu'on regarde comme représentant la différence de mérite entre deux concurrents consécutifs, & par conséquent elle n'entre point dans la comparaison qu'on peut faire des mérites respectifs résultans de l'élection: ainsi on peut la regarder comme représentant l'unité ou le degré de mérite.

Enfin le multiple de ce degré de mérite qui répond à chaque concurrent, est précisément égal au nombre de fois que dans les comparaisons successives faites entre deux concurrents, il auroit obtenu la préférence; & par conséquent c'est en faveur de celui qui l'a obtenue un plus grand nombre de fois, que la pluralité s'est déclarée.

Dans l'exemple précédemment choisi, nous trouverons que *A* ayant été placé huit fois le premier & treize fois le dernier, il en résultera pour lui seize degrés de mérite plus la valeur commune à tous. *B* ayant été placé sept fois le premier & six fois le second, il en résultera pour lui vingt degrés de mérite plus la même quantité. *C* enfin ayant été placé six fois le premier & quinze fois le second, aura vingt-sept degrés de mérite; & l'on voit que chacun de ces nombres est égal au nombre de fois que chaque concurrent a été préféré à un des autres.

M. de Borda examine ensuite quelle pluralité il faut exiger pour que celui qui est élu, en suivant la manière ordinaire, soit sûrement celui qui a obtenu le véritable vœu dans la méthode plus exacte qu'il propose d'y substituer;

*Hist. 1781.*

E

## 34 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

pour cela il prend la distribution de voix la plus défavorable pour ce candidat, celle où un de ses concurrens réunit toutes les voix qui manquent au premier, & où ce concurrent est mis à la seconde place par tous ceux qui lui refusent la première, tandis que celui qui a obtenu la pluralité, est mis à la dernière place par tous ceux qui ne lui ont pas donné la première.

Il en résulte que, pour être sûr que l'élection faite suivant la manière ordinaire, indique le vœu de la pluralité, il faut que le nombre des voix obtenues par ce candidat, soit au nombre total des électeurs, dans un rapport plus grand que celui du nombre des candidats moins un, à leur nombre total. S'il y a trois candidats, il faut qu'il obtienne plus des deux tiers des voix; s'il y en a quatre, il faut qu'il en obtienne plus des trois quarts; si le nombre des candidats est égal ou surpasse celui des électeurs, il faut l'unanimité.

3 M. de Borda observe que les loix de Pologne exigent cette unanimité pour l'élection du Roi; & tout noble Polonois pouvant être élu, c'est précisément le cas où le nombre des candidats égale & surpasse même celui des électeurs. Ce rapprochement est singulier; cependant on ne peut guère supposer que la loi ait été déterminée par un motif de ce genre, & que, dans le temps où elle a été établie, on ait songé à trouver le moyen de s'assurer du véritable vœu de l'assemblée d'après celui de la pluralité.

Les observations de M. de Borda, sur les inconvéniens de la méthode d'élire, presque généralement adoptée, sont très-importantes & absolument nouvelles. Il avoit déjà développé cette idée dans un Mémoire lu à l'Académie dès 1770.

---

### SUR LES DÉBLAIS ET LES REMBLAIS.

V. les Mém. p. 666. CE Mémoire & celui dont nous venons de rendre compte, prouvent que malgré tant de travaux souvent couronnés par le succès, nous sommes loin d'avoir épuisé toutes les appli-

## M É M O I R E

## SUR LES ÉLECTIONS AU SCRUTIN \*.

Par M. DE BORDA.

C'EST une opinion généralement reçue, & contre laquelle je ne sache pas qu'on ait jamais fait d'objection, que dans une élection au scrutin, la pluralité des voix indique toujours le vœu des électeurs, c'est-à-dire, que le Candidat qui obtient cette pluralité, est nécessairement celui que les électeurs préfèrent à ses concurrents. Mais je vais faire voir que cette opinion, qui est vraie dans le cas où l'élection se fait entre deux sujets seulement, peut induire en erreur dans tous les autres cas.

Supposons, par exemple, que l'élection se fasse entre trois sujets présentés *A, B, C*; & que les électeurs soient au nombre de 21: supposons encore que de ces 21 électeurs, il y en ait 13, qui préfèrent le sujet *B* au sujet *A*, & que 8 seulement préfèrent le sujet *A* au sujet *B*; que ces mêmes 13 électeurs donnent aussi la préférence à *C* sur *A*, tandis que les 8 autres la donnent à *A* sur *C*; il est clair qu'alors le sujet *A* aura, dans l'opinion collective des électeurs, une infériorité très-marquée, tant par rapport à *B* que par rapport à *C*, puisque chacun de ces derniers, comparé au sujet *A*, a 13 voix, tandis que le sujet *A* n'en a que 8; d'où il suit évidemment que le vœu des électeurs donneroit l'exclusion au sujet *A*. Néanmoins il pourroit arriver qu'en faisant l'élection à la manière ordinaire, ce sujet eût la pluralité des voix. En effet, il n'y a qu'à supposer que dans le nombre des 13 électeurs qui sont favorables aux sujets *B* & *C*, & qui donnent à l'un & à l'autre la préférence sur *A*, il y en ait 7 qui mettent *B*

\* Les idées contenues dans ce Mémoire, ont déjà été présentées à l'Académie il y a quatorze ans, le 16 Juin 1770.

658 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 au-dessus de *C*, & 6 qui mettent *C* au-dessus de *B*, alors,  
 en recueillant les suffrages, on auroit le résultat suivant :

8 voix pour *A*.

7 voix pour *B*.

6 voix pour *C*.

Ainsi le sujet *A* auroit la pluralité des voix, quoique, par l'hypothèse, l'opinion des électeurs lui fût contraire.

En réfléchissant sur l'exemple rapporté, on voit que le sujet *A* n'a l'avantage dans le résultat de l'élection, que parce que les deux sujets *B* & *C*, qui lui sont supérieurs, se sont partagé à peu-près également les voix des 13 électeurs. On pourroit les comparer assez exactement à deux Athlètes, qui, après avoir épuisé leurs forces l'un contre l'autre, seroient ensuite vaincus par un troisième plus foible que chacun d'eux.

Il résulte de ce que nous venons de dire, que la manière ordinaire de faire les élections est très-défectueuse, & le défaut vient de ce que dans cette forme d'élection les électeurs ne peuvent faire connoître d'une manière assez complète leur opinion sur les différens sujets présentés. En effet, que parmi plusieurs sujets *A*, *B*, *C*, *D*, &c. un des électeurs donne sa voix à *B*, & qu'un autre la donne à *C*, le premier ne prononce que sur la supériorité de *B*, relativement à tous ses concurrens, & ne dit pas quelle place il assigne à *C* parmi ceux qu'il ne nomme pas. Pareillement le second, qui accorde à *C* la préférence sur tous, ne dit pas non plus quelle place il donne à *B*; cependant cela ne peut être regardé comme indifférent, parce que celui des deux qui obtient une place plus distinguée parmi ceux qu'on ne nomme pas, a, toutes choses égales d'ailleurs, une raison de préférence sur l'autre, & en général la prétention de chaque sujet à la nomination faite par les électeurs, est le résultat des différentes places qu'il occupe dans l'opinion de chaque électeur; d'où l'on voit que pour qu'une forme d'élection soit bonne, il faut qu'elle donne aux électeurs le moyen de prononcer sur le mérite de chaque sujet, comparé successivement aux mérites

de chacun de ses concurrents. Or, il y a pour cela deux formes d'élection qu'on peut également adopter; dans la première, chaque électeur assigneroit des places aux sujets présentés, suivant le degré de mérite qu'il reconnoitroit à chacun d'eux; dans la seconde, on feroit autant d'élections particulières qu'il y auroit de combinaison entre les sujets pris deux à deux, & par-là on compareroit successivement chaque sujet à tous les autres. Il est aisé de voir que cette dernière forme dérive nécessairement de la première, & que l'une & l'autre expliqueroient, aussi complètement qu'il est possible, l'opinion des électeurs sur tous les sujets présentés; mais il s'agit de savoir comment on concluroit le résultat des suffrages dans ces deux espèces d'élection; & c'est ce que je vais examiner dans la suite de ce Mémoire.

Je commencerai par la première espèce d'élection que j'appellerai *élection par ordre de mérite*. Supposons d'abord qu'il n'y ait que trois sujets présentés, & que chaque électeur ait inscrit leurs trois noms sur un billet d'élection, en les rangeant suivant le degré de mérite qu'il attribue à chacun d'eux,

& soient  $\begin{matrix} 1. A, A, B, C, \\ 2. B, C, A, B, \\ 3. C, B, C, A, \end{matrix}$ , &c. ces billets d'élection; je consi-

dère d'abord un de ces billets, par exemple, le premier dans lequel un électeur a donné la première place à *A*, la seconde à *B*, & la troisième à *C*, & je dis que le degré de supériorité que cet électeur a accordé à *A* sur *B*, doit être censé le même que le degré de supériorité qu'il a accordé à *B* sur *C*; en effet, comme le second sujet *B* est également susceptible de tous les degrés de mérite compris entre les mérites des deux autres sujets *A* & *C*, on n'a aucune raison de dire que l'électeur qui a réglé les rangs entre les trois sujets, ait voulu le placer plus ou moins près de *A* que de *C*, ou, ce qui est la même chose, qu'il ait attribué plus de supériorité au premier sur le second, qu'il n'en a attribué au second sur le troisième. Je dis ensuite, qu'à cause de l'égalité supposée entre tous les électeurs, chaque place assignée par un des électeurs, doit être censée de même valeur, & supposer le même degré de mérite que la place

O o o o ij

ordre /  
1. de mérite



## 660 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

correspondante assignée à un autre sujet, ou au même par un autre électeur quelconque.

Il suit de-là, que si on veut représenter par  $a$ , le mérite que chaque électeur attribue à la dernière place, & par  $a + b$  celui qu'il attribue à la seconde, il faudra représenter par  $a + 2b$  le mérite qui convient à la première, & il en fera de même des places données par les autres électeurs, dont chaque dernière sera également représentée par  $a$ , chaque seconde par  $a + b$ , & chaque première par  $a + 2b$ .

Supposons maintenant qu'il y ait quatre sujets présentés. On prouvera par le même raisonnement, que la supériorité de la première place sur la seconde, celle de la seconde sur la troisième, & celle de la troisième sur la quatrième, doivent être censées égales; & que les places correspondantes données par les différens électeurs, supposent le même degré de mérite; d'où on conclura que les mérites attribués par les électeurs aux quatrième, troisième, seconde & première places, pourront être représentées par

$$a, a + b, a + 2b, \& a + 3b.$$

Il en fera de même pour un plus grand nombre de sujets présentés.

Cela posé, il sera facile dans une élection quelconque, de comparer la valeur des suffrages accordés aux différens sujets. Pour cela, on multipliera par  $a$ , le nombre des dernières voix données à chaque sujet; par  $a + b$ , le nombre des avant-dernières voix; par  $a + 2b$ , le nombre des voix précédentes & ainsi de suite, on ordonnera tous ces différens produits pour chaque sujet, & les sommes de ces produits représenteront la valeur des suffrages accordés.

Il est aisé de voir que dans la question dont il s'agit, les quantités  $a$  &  $b$ , peuvent être tout ce qu'on voudra, on pourra donc supposer  $a = 1$  &  $b = 1$ , & alors la valeur des suffrages de chaque sujet, sera représentée en multipliant le

## DES SCIENCES. 661

nombre des dernières voix par 1, celui des avant-dernières voix par 2, celui des précédentes par 3, & ainsi de suite jusqu'au nombre des premières, qui sera multiplié par le nombre même des sujets.

Donnons un exemple d'une élection de cette espèce ; supposons encore 21 électeurs & trois sujets présentés *A*, *B*, *C*, & soient

*A A A A A A A A B B B B B B B C C C C C C*  
*B C C C C C C C C C C C C C B B B B B B*  
*C B B B B B B A A A A A A A A A A A A A*,

les 21 billets d'élection. On aura par ce que nous avons dit, la valeur comparative des suffrages en multipliant les premières voix par 3, les secondes voix par 2, & les troisièmes par 1, ce qui donnera les résultats suivans.

$$\text{Suffrages de } A. . \left. \begin{array}{l} 8 \text{ premières voix, multipliées par } 3 = 24 \\ 13 \text{ troisièmes voix, multipliées par } 1 = 13 \end{array} \right\} 37.$$

$$\text{Suffrages de } B. . \left. \begin{array}{l} 7 \text{ premières voix, multipliées par } 3 = 21 \\ 7 \text{ deuxièmes voix, multipliées par } 2 = 14 \\ 7 \text{ troisièmes voix, multipliées par } 1 = 7 \end{array} \right\} 42.$$

$$\text{Suffrages de } C. . \left. \begin{array}{l} 6 \text{ premières voix, multipliées par } 3 = 18 \\ 14 \text{ deuxièmes voix, multipliées par } 2 = 28 \\ 1 \text{ troisième voix, multipliée par } 1 = 1 \end{array} \right\} 47.$$

d'où l'on voit que la supériorité des suffrages seroit en faveur du sujet *C*, que la seconde place seroit donnée au sujet *B*, & la dernière au sujet *A*.

Il est à remarquer que si on avoit fait l'élection à la manière ordinaire, on auroit eu le résultat suivant,

8 voix pour *A*,

7 voix pour *B*,

6 voix pour *C*,

662 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 c'est-à-dire que la pluralité auroit été pour le sujet *A*, qui est le dernier dans l'opinion des électeurs, & que le sujet *C*, qui est réellement le premier, auroit eu moins de voix que chacun des deux autres.

Supposons maintenant qu'on veuille employer la méthode des élections particulières, & qu'il y ait également trois sujets présentés *A, B, C*; comme on peut combiner ces trois sujets pris deux à deux de trois manières différentes, il faudra faire trois élections particulières. Soient les résultats de ces élections comme il suit.

$$\begin{array}{l}
 1.^{\text{e}} \text{ \u00e9lection entre } A \ \& \ B \dots \left\{ \begin{array}{l} a \text{ voix pour } A, \\ b \text{ voix pour } B, \end{array} \right. \\
 2.^{\text{e}} \text{ \u00e9lection entre } A \ \& \ C \dots \left\{ \begin{array}{l} a' \text{ voix pour } A, \\ c \text{ voix pour } C, \end{array} \right. \\
 3.^{\text{e}} \text{ \u00e9lection entre } B \ \& \ C \dots \left\{ \begin{array}{l} b' \text{ voix pour } B, \\ c' \text{ voix pour } C, \end{array} \right.
 \end{array}$$

Il s'agit de trouver la valeur comparative des suffrages accordés aux trois sujets. Pour cela, nous suppos\u00e9rons que ces \u00e9lections sont le r\u00e9sultat d'une \u00e9lection par ordre de m\u00e9rite, ce qui est toujours possible, parce qu'en connoissant le rang que chaque sujet occupe dans l'opinion de chaque \u00e9lecteur, on peut toujours d\u00e9terminer le nombre de voix qu'il doit avoir dans une \u00e9lection faite entre lui & un autre sujet quelconque. Cela pos\u00e9, soit *y*, le nombre des premi\u00e8res voix que le sujet *A* auroit eues dans cette \u00e9lection par ordre de m\u00e9rite; *x*, le nombre des deuxi\u00e8mes voix; & *z*, le nombre des troisi\u00e8mes voix. Il est clair qu'alors la valeur des suffrages du sujet *A*, seroit repr\u00e9sent\u00e9e par  $3y + 2x + z$ ; mais  $y + x + z =$  le nombre total des \u00e9lecteurs; soit donc ce nombre  $= E$ , on aura en \u00e9liminant *z*, la valeur des suffrages de *A*, repr\u00e9sent\u00e9e par  $2y + x + E$ , ou simplement par  $2y + x$ , parce que *E* est commun \u00e0 tous les suffrages. Maintenant, je remarque que, pour chaque premi\u00e8re voix que le sujet *A* auroit eue dans l'\u00e9lection

par ordre de mérite, il doit avoir deux voix dans les élections particulières; savoir, une dans l'élection entre  $A$  &  $B$ , & une autre dans l'élection entre  $A$  &  $C$ ; que pour chaque seconde voix qu'il auroit eue dans l'élection par ordre de mérite, il n'en aura qu'une dans les élections particulières; & que pour les troisièmes voix, il n'en aura aucune. D'où l'on conclut que le nombre de voix qu'il aura dans toutes les élections particulières, savoir,  $a + a'$  sera  $= 2y + x$ ; mais nous venons de voir que cette quantité  $2y + x$  représentoit la valeur des suffrages dans l'élection par ordre de mérite; donc la quantité  $a + a'$  la représentera aussi dans les élections particulières, c'est à dire que la valeur des suffrages accordés à un des sujets, sera représentée par la somme des voix qu'il aura eues dans toutes les élections particulières qui le concernent; ce qui s'applique évidemment aux élections faites entre un plus grand nombre de sujets présentés.

Si on détermine les valeurs de  $a, a', b, b', c, c'$ , d'après la supposition que les élections particulières soient le résultat de l'élection par ordre de mérite qu'on a rapportée ci-dessus, on trouvera

$$a = 8, \quad b = 13, \quad c = 13,$$

$$a' = 8, \quad b' = 13, \quad c' = 13;$$

& par conséquent, on aura

$$\text{les suffrages de } A \text{ ou } a + a' = 16,$$

$$\text{les suffrages de } B \text{ ou } b + b' = 12,$$

$$\text{les suffrages de } C \text{ ou } c + c' = 26;$$

ce qui donne entre les trois suffrages, les mêmes différences qui avoient été trouvées par la première espèce d'élection.

Au reste, nous remarquerons ici que la seconde forme d'élection dont nous venons de parler, seroit embarrassante dans la pratique, lorsqu'il se présenteroit un grand nombre de candidats, parce qu'alors le nombre d'élections particulières qu'il faudroit faire, seroit fort grand. D'après cela, on

## 664 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

doit préférer la forme d'élection par ordre de mérite, qui est beaucoup plus expéditive.

Je terminerai ce Mémoire par l'examen d'une question particulière relative à la manière ordinaire de faire les élections. J'ai fait voir que dans ces élections, la pluralité des voix n'est pas toujours une indication certaine du vœu des électeurs; mais cette pluralité peut être si grande qu'il ne soit pas possible que le vœu des électeurs soit pour un autre que pour celui qui a obtenu cette pluralité. Pour déterminer dans quels cas cela a lieu, soit  $M$ , le nombre de sujets présentés;  $E$ , le nombre d'électeurs;  $A$ , le sujet qui a la pluralité;  $B$ , celui qui, après le sujet  $A$ , a le plus grand nombre de voix; enfin  $y$ , les voix du sujet  $A$ ; &  $z$ , celles du sujet  $B$ .

Supposons ensuite qu'on fasse une élection par ordre de mérite entre tous les sujets, il est clair qu'alors le sujet  $A$  aura un nombre de premières voix  $= y$ , & que le sujet  $B$  en aura un nombre  $= z$ . Maintenant tout ce qui pourra arriver de plus défavorable au sujet  $A$ , fera, que les électeurs qui ne lui ont pas donné la première place, le mettent à la dernière, & que ceux qui n'ont pas donné la première place à  $B$ , lui accordent tous la seconde. Dans ce cas, comme la valeur des premières places est représentée par  $m$ , celle des secondes par  $m - 1$ , & celle des dernières par  $1$ , on aura la valeur des suffrages de  $A = my + E - y$ ; & celle des suffrages de  $B = mz + (m - 1) \cdot (E - z)$ ; il faudra donc pour que le résultat de l'élection soit nécessairement en faveur de  $A$ , qu'on ait

$$my + E - y > (mz - 1) \cdot (E - z),$$

$$\text{ou} \quad y > \frac{z + (m - 2) \cdot E}{m - 1}.$$

Soit  $m = 2$ , on aura  $y > z$ , c'est-à-dire que dans le cas où l'élection se fait entre deux sujets seulement, le sujet qui a la pluralité des voix, est légitimement élu; ainsi dans

dans ce cas, mais dans celui-là seulement, la forme ordinaire des élections donne un résultat exact.

Supposons que le sujet  $B$  ait toutes les voix que n'a pas le sujet  $A$ , alors on aura  $z = E - y$ ; mettant cette valeur dans l'expression ci-dessus, on aura  $y > E \cdot \frac{m-1}{m}$ .

Si, dans cette dernière expression, on fait  $m = 3$ , on aura  $y = \frac{2}{3} E$ , c'est-à-dire que, lorsqu'il y a trois sujets présentés, il faut, pour qu'un des sujets soit assuré d'avoir le vœu des électeurs, qu'il ait plus des deux tiers des voix.

On trouvera de même que, lorsqu'il y a quatre sujets présentés,  $y$  doit être plus grand que  $\frac{3}{4}$  de  $E$ , & ainsi de suite.

Enfin, soit le nombre de sujets égal au nombre d'électeurs ou plus grand que ce nombre, l'expression ci-dessus  $y > \frac{(m-2) \cdot E + z}{m-1}$  deviendra celle-ci  $y > E - 1$ , c'est-à-dire qu'alors l'élection ne peut être rigoureusement décidée que par l'unanimité, résultat assez extraordinaire qui justifieroit l'usage que suit une nation du Nord dans l'élection de ses Rois.

Il me reste à observer, en finissant ce Mémoire, que tout ce que nous avons dit sur les élections, s'applique également aux délibérations faites par les Corps ou Compagnies; ces délibérations ne sont en effet que des espèces d'élections entre différentes opinions proposées, elles sont donc sujettes aux mêmes règles.

