

ESSAI

SUR L'APPLICATION

DE L'ANALYSE

À LA

PROBABILITÉ

DES DÉCISIONS

Rendues à la pluralité des voix.

*Par M. LE MARQUIS DE CONDORCET, Secrétaire perpétuel
de l'Académie des Sciences, de l'Académie Française, de
l'Institut de Bologne, des Académies de Pétersbourg, de
Turin, de Philadelphie & de Padoue.*

Quòd si deficiant vires audacia certè
Laus erit, in magnis & voluisse fat est.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXV.

que *B*, *B* vaut mieux que *C*, n'en est une véritable conséquence qu'autant que les mêmes Votans ont prononcé ces deux propositions. En effet, si un Votant a prononcé *A* vaut moins que *B* & *B* vaut mieux que *C*, il résulte de sa voix une probabilité pour *B* vaut mieux que *C*, mais il n'en peut résulter une pour *A* vaut mieux que *C*.

Reflexions
sur une
autre méthode

Un Géomètre célèbre, qui a observé avant nous les inconvéniens des élections ordinaires, a proposé une méthode, qui consiste à faire donner à chaque Votant l'ordre dans lequel il place les candidats; à donner ensuite à chaque voix en faveur du premier, l'unité pour valeur, par exemple; à chaque voix en faveur du second une valeur au-dessous de l'unité; une valeur encore plus petite à chaque voix en faveur du troisième, & ainsi de suite, & de choisir ensuite celui des candidats pour qui la somme de ces valeurs, prises pour tous les Votans, seroit la plus grande.

Cette méthode a l'avantage d'être très-simple, & l'on pourroit sans doute, en déterminant la loi des décroissemens de ces valeurs, éviter en grande partie l'inconvénient qu'a la méthode ordinaire, de donner pour la décision de la pluralité une décision qui y est réellement contraire: mais cette méthode n'est pas rigoureusement à l'abri de cet inconvénient. En effet, supposons qu'il y ait trois candidats seulement, *A*, *B*, *C*, & 81 Votans, & chacun ayant nommé les candidats suivant l'ordre de mérite, que trente voix adoptent l'ordre *A*, *B*, *C*, une l'ordre *A*, *C*, *B*, 10 l'ordre *C*, *A*, *B*, 29 l'ordre *B*, *A*, *C*, 10 l'ordre *B*, *C*, *A*, & une voix l'ordre *C*, *B*, *A*.

Nous aurons pour la proposition *A* vaut mieux que *B*, 41 voix contre 40; pour *A* vaut mieux que *C*, 60 voix

contre 21 ; pour la proposition *B* vaut mieux que *C*, 69 voix contre 12, & par conséquent une décision en faveur de *A*. Or, dans ce même cas, si on compare *A* & *B* par la méthode que nous examinons ici, nous trouverons que tous deux sont placés onze fois au dernier rang, ainsi il n'en résulte aucune valeur ni pour l'un ni pour l'autre : que *A* est placé trente-une fois au premier rang, & *B* trente-neuf fois, ce qui, en supposant égale à l'unité la valeur qui résulte de chaque voix en faveur de *B*, donne 8 pour *B* : mais *A* est trente-neuf fois à la seconde place, & *B* n'y est que trente-une : donc la valeur de *A* surpassera, par cette raison, celle de *B* de huit fois la valeur attachée à cette seconde place. Or, cette valeur est plus petite que l'unité, & *B* surpasse *A* de huit unités : donc par le résultat de ce calcul, *B* surpasse *A*. Or, cette conclusion est contraire au vœu de la pluralité, puisque la proposition *A* vaut mieux que *B* à 41 voix contre 40.

Si l'on considère seulement ces deux propositions,

A vaut mieux que *B*,

A vaut mieux que *C*,

la première aura 41 voix contre 40, la seconde 60 voix contre 21, & par conséquent si la probabilité de chaque voix est seulement $\frac{1}{4}$, la probabilité que *A* doit obtenir le premier rang sera au-dessus, non-seulement de la même probabilité pour *B* & pour *C*, mais même au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Ainsi, en préférant *B* au lieu de *A*, on préféreroit celui pour lequel la probabilité du mérite, non-seulement est au-dessous de celle d'un autre, mais une probabilité au-dessous de $\frac{1}{2}$ à une probabilité qui est au-dessus.

On peut observer encore que cette méthode donne toujours un résultat, tandis que les propositions qui ont la pluralité

peuvent former un système qui renferme des propositions contradictoires.

On peut encore observer que si on a cinq candidats, par exemple, deux dignes de la place & trois qui en soient indignes, & qu'un nombre d'Électeurs moindre que la moitié forme une cabale, elle peut dans cette méthode faire tomber le choix sur un des trois mauvais candidats, si le reste des électeurs se partage entre les deux bons: au lieu que dans la méthode que j'ai cru devoir préférer, l'un des deux bons est nécessairement élu. Mais les combinaisons où cet inconvénient a lieu sont en petit nombre, & celles où la méthode ordinaire est défectueuse, sont très-communes.

Quoique le Géomètre célèbre auquel on doit cette méthode, n'ait rien publié sur cet objet, j'ai cru devoir le citer ici *, 1.^o parce qu'il est le premier qui ait observé que la méthode commune de faire les élections étoit défectueuse; 2.^o parce que celle qu'il a proposé d'y substituer est très-ingénieuse, qu'elle seroit très-simple dans la pratique. D'ailleurs, quoiqu'elle ne soit pas exempte des défauts qui doivent faire rejeter la méthode ordinaire, cependant ces défauts y sont beaucoup moins sensibles: il est même très-probable qu'il arriveroit très-rarement qu'elle induisît en erreur sur la véritable décision de la pluralité.

IV. Nous examinons dans le quatrième exemple les décisions rendues par des assemblées très-nombreuses, & composées de manière, qu'à mesure que le nombre des Votans augmente, on soit obligé d'y en admettre dont la probabilité est très-petite.

4.^e expérience.
Assemblées très-nombreuses, où la probabilité des voix diminue à mesure que le nombre des Votans augmente.

* Cet Ouvrage étoit imprimé en entier avant que j'eusse connoissance de cette méthode, si ce n'est pour en avoir entendu parler à quelques personnes. Elle a été publiée depuis. *Mém. de l'Acad.* 1781.