Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **17** (2005), 125–150

The joint distribution of Q-additive functions on polynomials over finite fields

par Michael DRMOTA et Georg GUTENBRUNNER

Résumé. Soient K un corps fini et $Q \in K[T]$ un polynôme de degré au moins égal à 1. Une fonction f sur $K[T]$ est dite (complètement) Q-additive si $f(A+BQ) = f(A) + f(B)$ pour tous $A, B \in K[T]$ tels que $\deg(A) < \deg(Q)$. Nous montrons que les vecteurs $(f_1(A), \dots, f_d(A))$ sont asymptotiquement équirépartis dans l'ensemble image $\{(f_1(A), \dots, f_d(A)) : A \in K[T]\}$ si les Q_j sont premiers entre eux deux à deux et si les $f_j : K[T] \to K[T]$ sont Q_j-additives. En outre, nous établissons que les vecteurs $(g_1(A), g_2(A))$ sont asymptotiquement indépendants et gaussiens si $g_1, g_2 : K[T] \to \mathbb{R}$ sont Q_1- resp. Q_2-additives.

Abstract. Let K be a finite field and $Q \in K[T]$ a polynomial of positive degree. A function f on $K[T]$ is called (completely) Q-additive if $f(A+BQ) = f(A) + f(B)$, where $A, B \in K[T]$ and $\deg(A) < \deg(Q)$. We prove that the values $(f_1(A), \dots, f_d(A))$ are asymptotically equidistributed on the (finite) image set $\{(f_1(A), \dots, f_d(A)) : A \in K[T]\}$ if Q_j are pairwise coprime and $f_j : K[T] \to K[T]$ are Q_j-additive. Furthermore, it is shown that $(g_1(A), g_2(A))$ are asymptotically independent and Gaussian if $g_1, g_2 : K[T] \to \mathbb{R}$ are Q_1- resp. Q_2-additive.

Michael Drmota
Inst. of Discrete Math. and Geometry
TU Wien
Wiedner Hauptstr. 8–10
A-1040 Wien, Austria
E-mail : michael.drmota@tuwien.ac.at
URL: http://www.dmg.tuwien.ac.at/drmota/

Georg Gutenbrunner
Inst. of Discrete Math. and Geometry
TU Wien
Wiedner Hauptstr. 8–10
A-1040 Wien, Austria
E-mail : georg@gutenbrunner.com

This research was supported by the Austrian Science Foundation FWF, grant S8302-MAT.