Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **19** (2007), 231–248

Problème de Lehmer sur $\mathbb{G}_m$ et méthode des pentes

par Nicolas RATAZZI

Résumé. Soit h la hauteur logarithmique absolue de Weil sur $\overline{\mathbb{Q}}^\times$. En utilisant l'inégalité des pentes de J.-B. Bost, nous donnons dans cet article une preuve du résultat suivant dû à Dobrowolski : il existe une constante $c > 0$ telle que

$$\forall x \in \mathbb{G}_m(\overline{\mathbb{Q}})\backslash\mu_\infty \quad h(x) \geq \frac{c}{D}\left(\frac{\log\log 3D}{\log 2D}\right)^3,$$

avec $D = [\mathbb{Q}(x) : \mathbb{Q}]$ et où μ_∞ représente le groupe des racines de l'unité.

Abstract. Let h be the usual absolute logarithmic Weil height on $\overline{\mathbb{Q}}^\times$. Using the slopes inequality of J.-B. Bost, we give in this article a proof of the following result of Dobrowolski [**?**] : there exists a constant $c > 0$ such that

$$\forall x \in \mathbb{G}_m(\overline{\mathbb{Q}})\backslash\mu_\infty \quad h(x) \geq \frac{c}{D}\left(\frac{\log\log 3D}{\log 2D}\right)^3,$$

where $D = [\mathbb{Q}(x) : \mathbb{Q}]$ and where μ_∞ denote the group of roots of unity.

Nicolas Ratazzi
Université Paris-Sud XI
Mathématiques, Bâtiment 425
91405 Orsay Cedex, France
E-mail : `nicolas.ratazzi@math.u-psud.fr`

Manuscrit reçu le 30 décembre 2005.