

## Prime factors of class number of cyclotomic fields

par TETSUYA TANIGUCHI

RÉSUMÉ. Soit  $p$  un nombre premier impair,  $r$  une racine primitive modulo  $p$  et  $r_i \equiv r^i \pmod{p}$  avec  $1 \leq r_i \leq p-1$ . En 2007, R. Queme a posé la question : le  $\ell$ -rang ( $\ell$  premier impair  $\neq p$ ) du groupe des classes d'idéaux du  $p$ -ième corps cyclotomique est-il égal au degré du plus grand diviseur commun sur le corps fini  $\mathbb{F}_\ell$  de  $x^{(p-1)/2} + 1$  et du polynôme de Kummer  $f(x) = \sum_{i=0}^{p-2} r_{-i}x^i$ . Dans cet article, nous donnons une réponse complète à cette question en produisant un contre-exemple.

ABSTRACT. Let  $p$  be an odd prime,  $r$  be a primitive root modulo  $p$  and  $r_i \equiv r^i \pmod{p}$  with  $1 \leq r_i \leq p-1$ . In 2007, R. Queme raised the question whether the  $\ell$ -rank ( $\ell$  an odd prime  $\neq p$ ) of the ideal class group of the  $p$ -th cyclotomic field is equal to the degree of the greatest common divisor over the finite field  $\mathbb{F}_\ell$  of  $x^{(p-1)/2} + 1$  and Kummer's polynomial  $f(x) = \sum_{i=0}^{p-2} r_{-i}x^i$ . In this paper, we shall give the complete answer for this question enumerating a counter-example.

Tetsuya TANIGUCHI  
Department of Mathematics,  
Tokyo University of Science,  
Noda, Chiba 278-8510, Japan  
*E-mail* : [taniguti.tetuya@ma.noda.tus.ac.jp](mailto:taniguti.tetuya@ma.noda.tus.ac.jp)  
*URL*: <http://www.ma.noda.tus.ac.jp/g/tt/>