

# Estudio de potencia de pruebas de homogeneidad de varianza

A Study of the Power of Tests for Homogeneity of Variance

JUAN CARLOS CORREA\*, RENÉ IRAL†,  
LUCINIA ROJAS‡

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, ESCUELA DE ESTADÍSTICA, MEDELLÍN

---

## Resumen

Se realizó un estudio vía simulación para determinar el nivel real y la potencia de pruebas de homogeneidad de varianza que se aplican comúnmente y de otras pruebas recientemente propuestas. Los resultados permiten a los usuarios tener criterios para escoger la prueba más adecuada de acuerdo con las circunstancias.

*Palabras clave:* Pruebas de homogeneidad, heteroscedasticidad.

## Abstract

Determining the real level of significance and the power of homogeneity of variance tests which are currently applied is the main purpose of this study. The results allow users to have criteria to choose the best test according to the circumstances.

*Key words:* Tests of homogeneity, Heteroscedasticity.

## 1. Introducción

Uno de los supuestos que más se requieren en aplicaciones estadísticas populares, tales como el análisis de varianza, el análisis de regresión, etc., es el de la homogeneidad de varianzas. Este supuesto es crucial para garantizar la calidad de los procedimientos estadísticos utilizados tanto en pruebas de hipótesis como en la construcción de intervalos de confianza.

---

\*Profesor asociado. E-mail: jccorrea@unal.edu.co

†Profesor asociado. E-mail: riral@unal.edu.co

‡Profesora temporal. E-mail: lrojasp@unal.edu.co

Existen muchas pruebas para verificar si el supuesto de homogeneidad es plausible o no, pero, dada la complejidad del problema, no es posible realizar estudios comparativos entre ellas que sean exhaustivos, ni de su comportamiento para muestras pequeñas, ya que muchas de ellas son de carácter asintótico. En este trabajo estudiamos el nivel real de significancia, el cual es la verdadera probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es cierta y que en pruebas no exactas es diferente del nivel nominal, o teórico, de significancia, determinado por el usuario, usualmente a niveles del 5% u otros valores pequeños. Además, se estudia la potencia de las pruebas bajo algunas alternativas abajo enunciadas.

En esta simulación se quiere comparar la prueba de Bartlett, la prueba de Levene (Brown & Forsythe 1974), la prueba de Hartley (1950), la prueba de Cochran (1941), la prueba de Fligner & Killeen (1976), la prueba basada en la teoría de la información, la prueba de Layard y algunas de sus variaciones, por medio de la potencia que cada prueba tenga con respecto a diferentes hipótesis alternas. La idea es saber cuál es la mejor prueba y bajo qué condiciones de número de muestras y tamaños se puede utilizar.

## 1.1. Notación

La notación utilizada en el presente artículo será la siguiente:

$k$  = Número de muestras

$n_i$  = Tamaño de la  $i$ -ésima muestra

$s_i^2$  = Varianza estimada para la  $i$ -ésima población a partir de una muestra de tamaño  $n_i$

$N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

$s^2$  = Varianza total estimada

La hipótesis que se quiere probar es:

$$H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

$$H_a : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \text{ para por lo menos un par } (i, j)$$

## 2. Revisión de pruebas de homogeneidad

### 2.1. Prueba de Bartlett

Introducida por Bartlett en 1937, es una modificación del test de Neyman y Pearson para “corregir el sesgo”; esta prueba es la que se utiliza con más frecuencia para probar la homogeneidad de las varianzas (Conover et al. 1981). En esta prueba los  $n_i$  en cada tratamiento no necesitan ser iguales; sin embargo, se recomienda que los  $n_i$  no sean menores que 3 y muchos de los  $n_i$  deben ser mayores que 5.

El estadístico de prueba se define como:

$$U = \frac{1}{C} \left[ (N - k) \ln(s^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln s_i^2 \right]$$

donde

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N - k} \right)$$

Cuando la hipótesis nula es cierta, el estadístico tiene distribución aproximadamente  $\chi^2$  con  $k - 1$  grados de libertad; cuando el muestreo se realiza en poblaciones normales, la aproximación es buena para muestras bastante pequeñas (Layard 1973). No requiere que los tamaños de las muestras sean iguales. Es muy sensible a alejamientos del supuesto de normalidad (Montgomery 2002, pág. 82). Si tenemos evidencia fuerte de que los datos vienen de hecho de una distribución normal, o casi normal, entonces la prueba de Bartlett tiene un buen desempeño.

## 2.2. Prueba de Levene

El estadístico de prueba de Levene se define como:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_i - \bar{Z}_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2}$$

donde  $Z_{ij}$  puede tener una de las siguientes tres definiciones:

1.  $Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_i|$  donde  $\bar{X}_i$  es la media del  $i$ -ésimo subgrupo.
2.  $Z_{ij} = |X_{ij} - \tilde{X}_i|$  donde  $\tilde{X}_i$  es la mediana del  $i$ -ésimo subgrupo.
3.  $Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}'_i|$  donde  $\bar{X}'_i$  la media recortada al 10 % del  $i$ -ésimo subgrupo.

$\bar{Z}_{..}$  es la media global de  $Z_{ij}$  y  $\bar{Z}_i$  es la media del  $i$ -ésimo subgrupo de los  $Z_{ij}$ .

La prueba de Levene rechaza la hipótesis de que las varianzas son iguales con un nivel de significancia  $\alpha$  si  $W > F_{\alpha, k-1, N-k}$  donde  $F_{\alpha, k-1, N-k}$  es el valor crítico superior de la distribución  $F$  con  $k - 1$  grados de libertad en el numerador y  $N - k$  grados de libertad en el denominador a un nivel de significancia  $\alpha$ .

La prueba de Levene ofrece una alternativa más robusta que el procedimiento de Bartlett, ya que es poco sensible a la desviación de la normalidad. Eso significa que será menos probable que rechace una verdadera hipótesis de igualdad de varianzas sólo porque las distribuciones de las poblaciones muestreadas no son normales.

### 2.3. Prueba $F_{\text{máx}}$ de Hartley

Fue propuesta por Hartley (1940–1950). Asume que las poblaciones son normales e independientes y los tamaños de las muestras son iguales.

El estadístico de prueba es:

$$F_{\text{máx}} = \frac{\text{máx}(s_i^2)}{\text{mín}(s_i^2)}$$

donde  $i = 1, \dots, k$ , con  $k$  igual al número de muestras.

Si la hipótesis nula es cierta y los tamaños de las muestras son iguales  $n = n_1 = n_2 = \dots = n_k$ , la distribución muestral del estadístico  $F_{\text{máx}}$  (asumiendo independencia de las muestras aleatorias tomadas de las poblaciones normales) es  $F_{\text{MÁX}}$  con  $k$  grados de libertad en el numerador y  $v = n - 1$  grados de libertad en el denominador. En la tabla 1 se proporcionan los valores críticos de la distribución  $F_{\text{MÁX}}$  para  $\alpha = 0.05$ .

TABLA 1: Valores críticos de la distribución  $F_{\text{MÁX}}$ , para  $\alpha = 0.05$ .

		$\alpha = 0.05$									
		k									
v	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	39.00	87.50	142.00	202.00	266.00	333.00	403.00	475.00	550.00	626.00	704.00
3	15.40	27.80	39.20	50.70	62.00	72.90	83.50	93.90	104.00	114.00	124.00
4	9.60	15.50	20.60	25.20	29.50	33.60	37.50	41.10	44.60	48.00	51.40
5	7.15	10.80	13.70	16.30	18.70	20.80	22.90	24.70	26.50	28.20	29.90
6	5.82	8.38	10.40	12.10	13.70	15.00	16.30	17.50	18.60	19.70	20.70
7	4.99	6.94	8.44	9.70	10.80	11.80	12.70	13.50	14.30	15.10	15.80
8	4.43	6.00	7.18	8.12	9.03	9.78	10.50	11.10	11.70	12.20	12.70
9	4.03	5.34	6.31	7.11	7.80	8.41	8.95	9.45	9.91	10.30	10.70
10	3.72	4.85	5.67	6.34	6.92	7.42	7.87	8.28	8.66	9.01	9.34
12	3.28	4.16	4.79	5.30	5.72	6.09	6.42	6.72	7.00	7.25	7.48
15	2.86	3.54	4.01	4.37	4.68	4.95	5.19	5.40	5.59	5.77	5.93
20	2.46	2.95	3.29	3.54	3.76	3.94	4.10	4.24	4.37	4.49	4.59
30	2.07	2.40	2.61	2.78	2.91	3.02	3.12	3.21	3.29	3.36	3.39
60	1.67	1.85	1.96	2.04	2.11	2.17	2.22	2.26	2.30	2.33	2.36
$\infty$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Tomado de Lentner & Bishop (1986).

Si el diseño es desbalanceado, es decir, si los tamaños de muestras no son iguales, entonces hay dos versiones sobre el cálculo de  $v$ :

1. Se puede obtener una prueba “liberal” (la probabilidad de error tipo I es mayor que  $\alpha$ ) haciendo  $v = \text{máx}(n_i) - 1$  (Milliken & Johnson 1984, pág. 18).
2. Si los tamaños no son tan diferentes, una prueba conservativa puede hacerse usando  $v = \text{mín}(n_i) - 1$  (Lentner & Bishop 1986, pág. 64).

Esta prueba es muy sensible a alejamientos del supuesto de normalidad y requiere que los tamaños de muestras sean iguales; si los tamaños de muestras no son iguales, entonces la prueba ya no tiene soporte teórico fuerte y no es aplicable. Esta prueba es una de las más fáciles de calcular, aunque requiere el uso de tablas especiales.

## 2.4. Prueba de Fligner-Killeen

El procedimiento Fligner-Killeen (1976), modificado por Conover et al. (1981), para probar homogeneidad de varianzas consiste en lo siguiente:

1. Ordene las variables  $|X_{ij} - \tilde{X}_i|$  de menor a mayor, donde  $\tilde{X}_i$  es la mediana de las  $n_i$  observaciones de la población  $i$ .
2. Defina

$$a_{N,i} = \Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2(N+1)}\right) \quad \text{para } i = 1, \dots, N$$

donde  $\Phi(z)$  es la distribución acumulada  $N(0, 1)$  de  $-\infty$  a  $z$  y así  $\Phi^{-1}(p)$  es el percentil 100p de la distribución  $N(0,1)$ .

3. Sea

$$\bar{a}_i = \sum_{j \in G_i} \frac{a_{N,j}}{n_i}$$

donde  $G_i$  denota la muestra de la población  $i$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Y

$$\bar{a} = \sum_{j=1}^N \frac{a_{N,j}}{N}.$$

Entonces el estadístico de prueba es:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{a}_i - \bar{a})^2}{\sum_{j=1}^N (a_{N,j} - \bar{a})^2 / (n - 1)}$$

Este estadístico bajo  $H_0$  se distribuye aproximadamente  $\chi_{k-1}^2$ . La prueba de Fligner es menos sensible a desviaciones del supuesto de normalidad (Mandasky 1988, pág. 56).

## 2.5. Prueba de Cochran

La prueba introducida por Cochran (1941) era considerablemente de más fácil cómputo que las otras pruebas en ese tiempo.

El estadístico de prueba es:

$$g = \frac{\max\{s_i^2\}}{\sum_{i=1}^k s_i^2}$$

Cuando todas las muestras son de igual tamaño  $n = n_1 = n_2 = \dots = n_k$ , la hipótesis acerca de la igualdad de varianzas es rechazada si  $g > g_{\alpha, n, k}$ , donde el valor  $g_{\alpha, n, k}$  se obtiene de la tabla de valores críticos para la prueba de Cochran en tablas especiales. Cuando el número de observaciones en cada tratamiento no sea igual pero sea relativamente cercano, el mayor de los  $n_i$  puede usarse en lugar de  $n$  para determinar los grados de libertad requeridos en las tablas. La prueba de Cochran es en particular útil para detectar si una varianza es mucho más grande que las otras (Walpole & Myers 1989).

## 2.6. Prueba basada en la teoría de la información

Ésta es una prueba alternativa de homogeneidad de varianzas en muestras de poblaciones normales, basada en la energía informativa (Pardo et al. 1997). Asume que las poblaciones son normales.

El estadístico de prueba es:

$$T_3 = 2 \sum_{i=1}^k n_i s_i^2 \left( \frac{1}{s_i} - \frac{\sum_{i=1}^k n_i s_i}{\sum_{i=1}^k n_i s_i^2} \right)^2$$

Este estadístico bajo  $H_0$  se distribuye asintóticamente  $\chi_{k-1}^2$ .

En la literatura revisada no se encontraron ventajas ni desventajas para esta prueba.

## 2.7. Prueba de Layard

Layard (1973) sugirió una prueba basada en kurtosis. Asume que las poblaciones son normales.

El estadístico de prueba es:

$$S = \frac{T}{2 + (1 - \frac{k}{N})\hat{\gamma}}$$

donde

$$T = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \left[ \ln(s_i^2) - \frac{1}{N - k} \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \ln(s_j^2) \right]^2$$

y  $\hat{\gamma}$  puede ser una de las dos fórmulas siguientes:

$$\hat{\gamma} = \frac{N \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^4}{[\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2]^2} - 3$$

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i^2 \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^4}{[(n_i - 1)s_i^2]^2} - 3$$

La idea es utilizar las kurtosis individuales y compararlas contra una kurtosis global.  $S$  se distribuye asintóticamente  $\chi^2$  con  $k - 1$  grados de libertad.

En la literatura revisada no se encontraron ventajas ni desventajas para esta prueba.

### 3. Resultados de la simulación

Este estudio de pruebas de homogeneidad de varianza compara tanto las potencias de las pruebas como los niveles de significancia real alcanzados por las pruebas. Se trabajó en todos los casos con un nivel nominal del 5%. Para este estudio se trabajó con 2, 3 y 4 muestras, es decir, para cada caso se realizó un programa de simulación. Los diferentes tamaños de las muestras en cada caso se ilustran en las tablas (*ver* apéndice) junto con los resultados. Se utilizó la distribución normal con media cero para todos los casos, y varias combinaciones de varianzas. Las muestras de la normal se obtuvieron con el comando `rnorm` del R (R Development Core Team 2005). Los programas corrieron en R versión 1.8.1, al igual que la generación de las muestras. El número de simulaciones en cada caso es 1.000.

#### 3.1. Potencia

##### 3.1.1. Con dos muestras

Sin importar cómo se calcularon los grados de libertad, podemos ver en la tabla 2 que la prueba de Hartley, en general, cuando  $H_0$  es verdadera no da buenos resultados cuando los tamaños son muy grandes como 100–100, ya que lo ideal en este caso es que  $H_0$  sea aceptada, por lo tanto el porcentaje de veces que se rechaza la hipótesis nula, siendo ésta verdadera, debe ser bajo. Esta prueba, tomando los grados de libertad  $\max(n_i) - 1$ , que en adelante llamaremos `h.max`, no es buena, al igual que la prueba de Cochran, cuando los tamaños de las dos muestras son muy diferentes.

En las tablas 3 a 5, las varianzas de las dos muestras son diferentes; se espera que las pruebas detecten esta diferencia, lo que se verá reflejado en la potencia, la cual se espera que sea alta. `h.max` tiene valores grandes de potencia cuando los tamaños de las muestras son muy diferentes y cuando son muy grandes, pero ya vimos que también tiene estos valores en la tabla 2, por lo tanto esta prueba se afecta por los tamaños de las muestras, al igual que la de Cochran.

Las pruebas de Layard, de Bartlett y de la teoría de la información tienen tamaños cercanos al nivel nominal del 5% cuando la hipótesis nula es cierta. Cuando  $H_0$  es falsa, las potencias de estas pruebas fueron altas comparadas con

las otras pruebas competidoras, mejorando cuando los tamaños de las muestras son más grandes. Las pruebas de Levene y de Fligner tienen menor potencia que las demás pruebas, excepto cuando la diferencia en las varianzas es grande y los tamaños de las muestras son mayores que 50.

### 3.1.2. Con tres muestras

En la tabla 6 vemos que la prueba  $h_{\max}$  tiene valores muy altos de nivel de significancia cuando uno de los tamaños es 100, pero cuando los tamaños son iguales tiene valores bajos.

En las tablas 7 a 11, donde las varianzas son diferentes, las pruebas de Hartley tienen un buen desempeño cuando los tamaños son iguales y menores que 100; notemos también que las pruebas de Layard son buenas para detectar diferencias pequeñas en la varianza de las muestras, aunque su potencia disminuye cuando los tamaños de las muestras son iguales. La prueba de Cochran es muy buena para detectar si una varianza es diferente de las otras, tablas 7 y 8, pero sólo cuando los tamaños de las muestras son iguales. Las pruebas de Bartlett, de teoría de la información y de Layard tienen valores de potencia altos, especialmente cuando los tamaños de todas las muestras son mayores que 30.

### 3.1.3. Con cuatro muestras

En las tablas 12 a 17 observamos que todas las pruebas tienen buen desempeño al aumentar el número de muestras. Se debe destacar el desempeño de la prueba de Layard sin modificar. Las pruebas de Levene tienen mejores resultados comparados con los resultados obtenidos con 2 y 3 muestras.

La prueba  $h_{\min}$  no tiene buenos resultados; sus valores de potencia siempre son bajos, cuando la diferencia en las varianzas es pequeña. En general los resultados de las pruebas se afectan cuando el tamaño de las muestras es muy diferente.

## 4. Conclusiones y recomendaciones

Mucho del quehacer estadístico se basa en supuestos que es necesario garantizar. El supuesto de homogeneidad es uno de ellos y muchas pruebas han sido propuestas. Los diferentes métodos gráficos son ayudas visuales, por ejemplo gráficos de cajas, que en caso de mucho trabajo nos permiten visualizar de forma rápida ciertas características poblacionales, pero no son suficientes por sí solos.

A partir de este trabajo de simulación donde se tuvieron en cuenta diferentes tamaños de muestra y varianzas, se hacen las siguientes recomendaciones:

- Tanto la prueba de Hartley con  $\nu$  máximo, como la de Cochran y las de Layard tienen niveles de significancia por encima del nivel teórico del 5%. La prueba de Cochran es muy sensible en este aspecto a los desbalances en los tamaños muestrales. Estas pruebas no son entonces recomendables.



- Bajo el cumplimiento del supuesto de normalidad, la prueba con más potencia es la de Bartlett, entre las pruebas tradicionales, pero como se notó previamente, esta prueba es muy sensible a violaciones de este supuesto. Una prueba que amerita más estudio, en especial de robustez, es la basada en la teoría de la información, ya que bajo los supuestos de normalidad es un poco más potente que la de Bartlett.
- Si el supuesto de normalidad no se puede mantener firmemente, es preferible entonces utilizar una de las pruebas de Levene, excepto la basada en la mediana, la cual obtuvo valores de potencia menores que las basadas en la media y la media recortada.
- A medida que los tamaños muestrales van aumentando, o las poblaciones se vuelven más heterogéneas, el comportamiento de las potencias se vuelve similar.

*Recibido: mayo de 2005*

*Aceptado: abril de 2006*

## Referencias

- Brown, M. & Forsythe (1974), 'Robust Test for the Equality of Variances', *Journal of the American Statistical Association* **69**(346), 364–367.
- Cochran, W. (1941), 'The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total', *Annals of Eugenics* **11**, 47–52.
- Conover, W., Johnson, M. E. & Johnson, M. (1981), 'A Comparative Study of Tests for Homogeneity of Variances, with Applications to the Outer Continental Shelf Bidding Data', *Technometrics* **23**, 351–361.
- Fligner, M. & Killeen, T. (1976), 'Distribution-free two simple test for scale', *Journal of the American Statistical Association* **71**(353), 210–213.
- Hartley, H. (1950), 'The Maximum F-Ratio as a Short-Cut Test for Heterogeneity of Variance', *Biometrika* **37**, 308–312.
- Layard, M. (1973), 'Robust Large-Sample Test for Homogeneity of Variances', *Journal of the American Statistical Association* **68**(341), 195–198.
- Lentner, M. & Bishop, T. (1986), *Experimental Design and Analysis*, Valley Book Company, pp. 63–65.
- Mandasky, A. (1988), *Prescriptions for Working Statisticians*, Editorial Springer-Verlag.
- Milliken, G. & Johnson, D. (1984), *Analysis of Messy Data*, Lifetime Learning Publications, Belmont, California.

- Montgomery, D. (2002), *Diseño y análisis de experimentos*, 2a. edn, Editorial Limusa.
- Pardo, J., Pardo, M., Vicente, M. & Esteban, M. (1997), 'A Statistic Information Theory Approach to Compare the Homogeneity of Several Variances', *Computational Statistics & Data Analysis* **24**, 411–416.
- R Development Core Team (2005), *R: A language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.  
\*<http://www.R-project.org>
- Walpole, R. & Myers, R. (1989), *Probabilidad y estadística para ingenieros*, 3a. edn, Editorial McGraw-Hill.

## Apéndice: Resultados de las simulaciones

### Notación para las tablas

**Ba:** Prueba de Bartlett

**l.m:** Prueba de Levene basada en la media

**l.me:** Prueba de Levene basada en la mediana

**l.r:** Prueba de Levene basada en la media recortada al 10 %

**Fli:** Prueba de Fligner-Killeen

**h.mi:** Prueba de Hartley usando  $\nu$  mínimo

**h.ma:** Prueba de Hartley usando  $\nu$  máximo

**teo:** Prueba basada en la teoría de la información

**coc:** Prueba de Cochran

**la:** Prueba de Layard

**la.m:** Prueba de Layard modificada

Los valores de las tablas están dados en porcentajes.

TABLA 2: Porcentaje de veces que se rechazó la hipótesis nula cuando las varianzas de las dos muestras son 1 y 1, generadas de la distribución normal.

Tamaños		Pruebas										
$n_1$	$n_2$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	4.6	5.7	3.3	5.0	3.2	4.6	4.6	5.0	4.6	6.5	12.4
10	20	3.9	4.9	3.4	4.7	3.5	1.7	10.8	5.0	9.6	6.1	9.0
10	30	5.4	5.1	3.5	4.5	3.7	1.9	18.2	5.5	15.8	6.7	9.5
10	50	5.2	5.9	4.7	5.8	5.1	2.3	26.6	6.3	25.0	6.6	8.5
10	100	4.2	5.0	4.4	4.9	4.7	0.8	100.0	5.3	34.6	7.1	8.4
20	20	3.5	4.4	3.6	4.3	3.8	3.4	3.4	3.8	3.0	4.8	6.6
20	30	4.9	4.9	3.3	4.1	3.1	2.6	7.1	5.0	5.8	5.2	7.2
20	50	4.7	4.8	4.0	4.7	3.8	1.4	13.0	5.0	11.5	5.6	7.3
20	100	5.4	5.3	4.7	5.4	5.2	1.1	100.0	5.7	20.3	6.8	7.5
30	30	4.3	5.1	3.8	4.6	3.4	4.2	4.2	4.4	3.4	4.4	6.3
30	50	4.0	3.7	3.0	3.6	2.8	1.9	7.2	4.5	6.0	4.1	5.7
30	100	5.3	5.2	5.2	5.3	5.2	2.1	100.0	5.4	12.3	5.8	7.1
50	50	4.8	4.3	3.6	4.1	3.7	3.4	3.4	4.8	2.9	4.9	6.0
50	100	5.4	5.4	5.0	5.4	4.8	1.4	100.0	5.5	6.6	5.2	6.2
100	100	4.1	4.7	4.0	4.6	4.2	100.0	100.0	4.2	2.0	5.1	5.3

TABLA 3: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las dos muestras son 1 y 1.5, generadas de la distribución normal.

Tamaños		Pruebas										
$n_1$	$n_2$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	8.2	10.0	6.6	8.8	6.4	8.2	8.2	8.9	8.2	11.8	18.0
10	20	9.2	9.2	6.8	9.1	7.9	6.1	23.0	9.3	21.6	15.3	19.8
10	30	10.7	9.2	8.1	9.5	7.8	5.7	31.3	10.3	29.2	15.6	20.4
10	50	11.6	10.6	9.6	10.5	10.4	5.7	42.4	10.7	40.2	18.1	21.6
10	100	11.2	9.3	10.1	9.7	10.4	4.4	100.0	10.0	50.3	18.1	19.3
20	20	16.5	15.2	12.2	14.8	12.0	16.4	16.4	17.0	14.7	17.0	22.8
20	30	15.4	13.3	11.0	12.8	10.6	11.6	22.1	15.4	19.3	17.0	22.0
20	50	16.1	14.9	13.3	14.7	13.0	10.1	33.6	15.2	31.0	20.5	23.6
20	100	16.7	14.1	14.3	14.1	14.5	7.8	100.0	15.7	46.2	22.1	24.3
30	30	17.4	16.5	14.3	16.3	13.5	17.0	17.0	18.0	13.8	17.7	23.1
30	50	22.0	18.5	17.3	18.6	15.9	17.3	29.8	22.0	26.9	24.9	28.2
30	100	26.0	23.2	22.6	23.2	23.0	15.6	100.0	25.3	44.0	29.3	31.2
50	50	30.2	24.8	23.2	24.5	21.5	26.9	26.9	30.5	23.6	30.0	34.0
50	100	36.4	31.0	30.6	31.1	30.3	23.6	100.0	35.4	42.0	38.1	40.6
100	100	50.3	46.1	44.9	45.5	42.9	100.0	100.0	50.5	38.1	49.5	51.2

TABLA 4: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las dos muestras son 1 y 2, generadas de la distribución normal.

Tamaños		Pruebas										
$n_1$	$n_2$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	15.2	15.8	11.4	14.9	10.7	15.2	15.2	15.9	15.2	19.2	27.6
10	20	20.0	17.4	13.3	16.5	13.7	14.6	39.1	19.7	37.8	28.2	34.1
10	30	21.8	19.3	17.1	19.2	17.1	15.3	52.0	20.5	49.5	30.1	37.8
10	50	24.5	20.2	19.0	20.3	19.7	12.4	64.3	22.9	62.0	33.8	38.5
10	100	23.1	18.9	19.2	19.0	19.6	12.0	100.0	21.4	70.8	35.0	37.2
20	20	31.2	28.6	23.6	27.7	22.5	31.1	31.1	32.3	29.4	31.3	39.8
20	30	35.3	28.9	25.5	28.2	24.3	29.9	47.3	35.3	42.8	37.8	46.5
20	50	39.5	35.0	32.3	34.3	32.8	27.4	62.6	38.8	60.3	43.4	49.8
20	100	42.8	36.7	37.1	36.5	37.4	27.0	100.0	41.2	74.5	50.7	53.2
30	30	47.5	40.8	35.6	40.0	34.2	47.2	47.2	47.8	42.1	45.0	52.6
30	50	53.0	44.8	42.9	44.3	41.5	43.9	64.1	52.7	60.3	55.5	60.9
30	100	62.4	53.2	53.9	53.7	52.8	45.2	100.0	61.2	80.7	66.3	69.5
50	50	66.2	57.9	55.2	56.9	53.4	61.6	61.6	66.5	58.9	63.7	67.5
50	100	80.4	75.0	73.8	74.5	72.4	67.5	100.0	80.1	84.6	81.6	83.3
100	100	94.4	90.3	89.6	90.3	88.7	100.0	100.0	94.5	88.4	93.8	94.6

TABLA 5: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las dos muestras son 1 y 5, generadas de la distribución normal.

Tamaños		Pruebas										
$n_1$	$n_2$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	60.9	51.7	38.2	49.6	34.9	60.9	60.9	62.0	60.9	59.9	73.1
10	20	74.4	59.8	52.4	58.6	53.5	65.8	89.4	74.0	88.3	78.3	85.9
10	30	80.9	71.3	65.4	69.5	66.4	69.9	96.6	80.2	96.1	85.6	90.0
10	50	85.3	73.4	72.3	73.1	73.7	72.6	98.3	84.0	98.3	91.5	93.5
10	100	87.3	78.9	79.2	79.3	80.2	71.2	100.0	85.5	99.9	93.6	94.9
20	20	93.7	86.9	83.1	86.2	78.3	93.4	93.4	94.0	92.7	90.9	95.5
20	30	97.0	92.4	89.7	91.7	86.7	95.4	98.7	96.9	98.1	96.5	98.4
20	50	98.4	95.9	95.3	96.0	93.9	96.1	99.8	98.3	99.5	98.3	99.1
20	100	99.7	98.4	98.2	98.4	98.3	97.8	100.0	99.6	100.0	99.8	100.0
30	30	99.1	97.5	96.3	97.1	93.9	99.1	99.1	99.1	98.9	98.1	99.0
30	50	99.8	99.0	98.6	98.9	98.4	99.2	100.0	99.7	100.0	99.5	99.9
30	100	100.0	99.8	99.8	99.8	99.7	99.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
50	50	100.0	100.0	100.0	100.0	99.8	99.9	99.9	100.0	99.9	99.9	100.0
50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 6: Porcentaje de veces que se rechazó la hipótesis nula cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 1 y 1, generadas de la distribución normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	5.3	6.6	3.4	6.2	3.1	5.2	5.2	6.1	5.8	7.7	14.4
10	10	20	4.2	5.4	3.7	5.1	3.8	2.0	15.7	5.0	13.2	6.3	11.1
10	10	30	4.6	5.3	2.9	5.1	3.0	2.9	28.8	5.3	20.5	6.9	10.5
10	10	50	5.4	5.6	4.9	5.6	4.7	2.2	42.1	5.9	35.5	7.7	11.2
10	10	100	4.4	5.0	3.9	4.8	3.8	2.4	100.0	5.5	51.6	7.2	8.6
10	20	20	4.8	5.7	3.2	5.4	3.0	1.6	10.0	5.4	7.7	5.8	9.6
10	20	30	5.2	5.2	4.5	5.1	3.7	1.5	20.3	6.4	15.4	7.5	12.3
10	20	50	4.8	4.8	3.7	4.8	3.6	1.1	30.8	5.3	24.6	6.4	9.1
10	20	100	4.8	5.6	4.5	5.8	4.3	0.9	100.0	4.4	38.3	7.4	8.9
10	30	30	5.2	6.0	4.7	5.6	4.6	1.0	17.9	5.8	12.5	7.0	9.9
10	30	50	5.1	5.4	4.6	5.5	4.8	0.8	26.8	5.8	17.9	6.7	8.2
10	30	100	5.3	5.7	5.4	5.8	4.5	1.0	100.0	5.6	31.5	6.8	8.4
10	50	50	4.8	5.5	4.2	5.1	3.8	1.0	23.4	5.5	16.8	5.4	8.2
10	50	100	3.9	4.5	4.2	4.5	4.0	0.4	100.0	4.0	30.7	5.4	7.0
10	100	100	5.1	5.2	4.5	4.9	4.7	0.8	100.0	5.5	27.0	6.0	7.6
20	20	20	4.4	5.9	3.9	5.7	3.1	4.5	4.5	4.9	3.2	5.9	9.1
20	20	30	5.9	7.1	5.2	7.0	4.9	3.9	12.9	6.4	8.9	7.9	11.6
20	20	50	6.1	5.4	3.8	5.0	3.9	2.9	20.2	6.2	15.5	5.8	8.6
20	20	100	5.9	5.4	4.4	5.1	4.4	3.0	100.0	5.5	27.1	6.8	8.4
20	30	30	4.7	5.6	4.3	5.2	3.5	1.6	7.0	5.3	5.9	5.8	8.1
20	30	50	3.3	4.3	3.6	4.2	3.1	1.2	12.8	3.5	9.6	4.2	6.0
20	30	100	6.3	6.3	5.1	6.0	5.2	1.9	100.0	6.9	25.0	6.6	7.6
20	50	50	5.6	4.8	3.7	4.4	3.8	1.1	12.0	5.9	8.8	5.7	7.8
20	50	100	4.6	4.0	3.6	4.1	3.8	0.4	100.0	5.1	18.4	5.8	7.4
20	100	100	4.8	4.9	4.4	4.8	3.9	0.7	100.0	4.7	15.1	5.8	7.6
30	30	30	5.6	4.5	3.5	4.5	3.4	5.3	5.3	5.4	3.9	5.7	8.0
30	30	50	4.9	4.7	3.7	4.8	3.5	3.1	9.7	5.0	7.3	5.5	6.9
30	30	100	3.6	4.6	3.7	4.7	3.7	1.6	100.0	4.0	15.5	5.6	7.1
30	50	50	5.3	5.7	4.7	5.5	5.0	1.9	8.1	6.0	6.1	7.5	8.5
30	50	100	5.4	5.2	4.5	5.1	4.7	1.2	100.0	5.4	12.0	5.4	6.4
30	100	100	5.2	5.5	4.7	5.2	4.3	1.0	100.0	5.8	9.8	5.8	6.9
50	50	50	5.6	5.5	4.8	5.6	4.8	4.2	4.2	5.7	3.4	5.7	7.5
50	50	100	5.1	4.2	3.4	4.0	3.4	1.6	100.0	5.4	8.8	6.3	7.7
100	100	100	3.9	4.4	4.3	4.4	4.2	100.0	100.0	4.4	1.5	4.3	4.9

TABLA 7: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 1 y 2, generadas de la normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	17.7	17.9	10.4	16.4	9.2	16.3	16.3	20.5	20.9	16.5	32.6
10	10	20	24.0	21.8	16.7	20.9	15.6	15.8	46.2	24.6	40.4	28.5	42.2
10	10	30	25.5	20.2	15.6	19.6	16.2	12.1	62.1	24.8	51.7	32.5	44.2
10	10	50	27.0	22.6	20.7	21.8	21.8	10.5	79.5	25.3	71.6	38.4	48.7
10	10	100	31.5	26.2	26.1	26.7	27.0	9.6	100.0	29.0	83.1	46.2	52.5
10	20	20	28.9	26.7	20.7	26.0	19.7	9.0	38.3	30.4	37.3	28.9	40.7
10	20	30	35.5	31.4	24.9	30.8	24.3	6.8	58.1	35.8	51.9	37.5	49.9
10	20	50	40.2	34.5	31.9	34.8	31.1	5.7	75.7	39.2	68.5	47.6	56.7
10	20	100	46.4	39.7	39.7	40.2	40.3	5.2	100.0	45.0	83.5	57.0	62.3
10	30	30	39.2	36.5	30.5	34.8	28.5	6.4	53.9	40.1	50.8	38.8	49.1
10	30	50	50.5	43.4	41.5	43.6	39.7	7.1	71.9	50.4	69.1	52.2	61.5
10	30	100	59.6	51.6	51.8	51.8	50.1	6.1	100.0	58.8	85.4	65.8	70.7
10	50	50	59.2	54.4	51.5	53.9	49.2	7.0	69.5	60.3	66.3	60.7	67.1
10	50	100	75.9	68.6	68.3	68.4	66.9	5.8	100.0	76.0	85.5	76.8	81.1
10	100	100	89.2	83.7	83.0	83.5	80.9	6.1	100.0	89.8	88.9	89.3	90.9
20	20	20	33.3	30.8	23.8	29.1	20.8	30.6	30.6	35.5	36.0	29.8	43.2
20	20	30	39.1	34.6	30.3	33.8	29.3	28.3	49.7	39.4	47.0	38.3	50.0
20	20	50	49.6	44.2	41.5	43.5	40.2	27.4	71.3	49.6	68.3	51.9	61.1
20	20	100	58.6	49.9	49.2	49.7	48.4	25.4	100.0	57.2	86.5	64.3	69.2
20	30	30	45.4	41.1	35.3	40.0	32.9	26.0	48.4	46.5	50.4	40.8	52.7
20	30	50	54.9	47.3	44.4	47.0	42.7	22.1	69.0	54.9	67.3	54.8	62.8
20	30	100	69.7	63.3	62.5	63.0	61.6	21.8	100.0	68.6	88.0	72.2	78.3
20	50	50	62.9	55.0	52.7	54.7	49.6	20.7	64.0	63.3	64.4	60.6	68.2
20	50	100	80.0	70.1	69.3	70.1	68.2	15.8	100.0	79.4	86.2	79.5	83.5
20	100	100	89.7	85.0	84.0	84.9	82.7	16.3	100.0	89.8	88.1	88.7	90.6
30	30	30	47.2	43.0	38.4	41.8	34.1	42.8	42.8	48.3	47.6	42.3	51.3
30	30	50	58.2	53.8	50.8	53.3	48.6	42.4	66.6	58.8	68.6	58.0	65.3
30	30	100	75.1	68.4	67.8	68.2	65.9	44.2	100.0	74.6	89.9	77.2	81.4
30	50	50	68.4	62.8	59.8	62.3	56.0	39.6	66.4	69.2	70.6	65.7	71.8
30	50	100	83.9	77.7	77.4	78.1	75.6	42.1	100.0	83.8	90.9	83.8	86.6
30	100	100	89.7	84.2	83.2	83.9	82.0	33.4	100.0	90.2	89.5	88.3	91.0
50	50	50	71.4	64.2	61.2	63.8	56.6	63.6	63.6	72.2	70.0	67.4	73.6
50	50	100	87.1	83.4	81.7	82.9	80.1	68.6	100.0	87.3	90.3	87.7	89.1
100	100	100	96.2	93.4	92.7	93.2	90.8	100.0	100.0	96.6	93.3	95.0	96.1

TABLA 8: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 1 y 3, generadas de la normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	36.7	34.1	22.9	31.4	19.0	32.5	32.5	40.6	43.6	29.7	55.5
10	10	20	49.3	42.8	33.8	40.9	32.6	31.2	70.2	50.4	70.1	49.9	68.2
10	10	30	57.9	47.7	42.4	47.9	43.1	32.6	87.8	57.9	84.8	60.1	74.4
10	10	50	66.4	56.7	54.1	56.7	55.1	31.5	95.6	64.7	93.7	73.4	81.8
10	10	100	71.8	61.2	62.2	62.3	63.0	34.7	100.0	69.5	98.8	81.0	84.5
10	20	20	65.1	54.5	46.9	53.2	43.0	27.4	70.0	67.0	72.4	56.2	75.3
10	20	30	70.8	63.2	58.3	62.5	55.5	23.6	84.2	71.4	85.4	68.2	80.1
10	20	50	82.3	74.3	70.7	73.6	70.5	24.4	95.9	81.8	95.7	82.5	90.4
10	20	100	90.8	83.0	82.7	82.7	83.0	25.8	100.0	89.4	99.7	93.2	95.3
10	30	30	80.1	72.4	67.8	71.8	62.4	21.3	86.8	81.5	85.4	75.5	85.2
10	30	50	90.2	82.7	80.6	82.7	78.9	25.3	97.1	90.4	95.3	89.5	93.5
10	30	100	95.9	91.9	91.8	91.9	91.2	21.3	100.0	95.9	99.6	97.2	98.0
10	50	50	95.0	91.2	90.4	91.0	87.6	20.8	96.1	95.2	96.2	93.1	96.5
10	50	100	99.0	97.9	97.8	97.9	97.0	16.4	100.0	99.0	99.4	99.2	99.5
10	100	100	100.0	99.7	99.7	99.7	99.4	16.0	100.0	100.0	99.1	99.9	99.9
20	20	20	67.0	61.1	54.5	59.8	47.7	61.9	61.9	69.4	70.0	56.7	71.9
20	20	30	79.3	72.2	69.0	72.1	63.4	66.4	85.1	80.6	86.8	74.6	84.6
20	20	50	89.4	81.2	80.0	81.1	77.0	71.8	95.8	89.4	95.7	87.1	93.0
20	20	100	96.2	93.0	92.6	92.6	92.1	76.9	100.0	95.8	99.4	96.1	97.5
20	30	30	83.3	78.6	74.6	77.8	70.3	66.9	84.8	84.4	87.9	77.8	87.1
20	30	50	92.8	88.5	87.0	88.6	84.4	68.5	96.3	93.0	96.2	91.6	95.8
20	30	100	98.8	96.0	95.7	95.9	95.6	72.0	100.0	98.7	99.7	98.8	99.2
20	50	50	96.8	93.9	93.1	93.7	91.6	70.2	96.9	97.0	97.0	96.0	96.9
20	50	100	99.6	98.6	98.3	98.6	98.0	71.5	100.0	99.6	99.9	99.6	99.8
20	100	100	100.0	99.8	99.8	99.8	99.6	66.9	100.0	100.0	99.7	100.0	100.0
30	30	30	86.4	82.6	78.9	82.3	73.9	83.2	83.2	87.2	87.4	81.2	88.2
30	30	50	94.1	90.4	89.1	90.6	86.9	87.2	95.3	94.1	95.9	93.0	95.4
30	30	100	99.0	97.1	97.1	97.1	96.9	92.1	100.0	98.9	99.8	99.0	99.2
30	50	50	97.3	94.8	94.0	94.6	91.8	87.8	96.0	97.4	98.0	95.6	97.1
30	50	100	99.6	98.8	98.8	98.8	98.1	91.4	100.0	99.6	99.7	99.4	99.6
30	100	100	100.0	99.9	99.9	99.9	99.7	92.4	100.0	100.0	99.9	99.8	99.9
50	50	50	99.2	96.4	96.1	96.5	94.9	97.4	97.4	99.4	99.1	97.4	99.0
50	50	100	99.8	99.7	99.7	99.7	99.5	99.2	100.0	99.8	100.0	99.8	100.0
100	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 9: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 2 y 3, generadas de la normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	26.4	21.6	12.6	19.7	12.2	26.1	26.1	26.9	22.2	26.1	44.0
10	10	20	32.5	29.1	21.2	27.6	21.2	24.9	59.9	31.6	43.7	40.5	53.9
10	10	30	37.2	31.3	26.0	30.2	25.3	22.6	78.1	35.3	60.5	47.1	58.6
10	10	50	44.1	33.6	30.8	33.6	31.9	25.1	89.5	40.6	78.9	55.9	62.9
10	10	100	41.0	31.9	31.8	31.5	34.1	18.5	100.0	37.7	90.6	58.4	62.5
10	20	20	34.1	28.4	22.9	26.9	20.7	20.4	56.7	33.4	36.8	40.1	51.5
10	20	30	37.3	28.4	23.1	27.1	23.1	19.8	73.0	35.9	52.2	43.8	55.1
10	20	50	43.8	35.5	32.3	34.9	32.6	20.2	86.0	41.2	72.8	52.9	62.5
10	20	100	45.4	35.5	35.8	36.2	36.2	16.1	100.0	41.5	89.4	60.1	64.9
10	30	30	41.1	33.8	29.9	33.4	28.5	19.1	72.2	39.8	53.1	47.4	57.9
10	30	50	45.1	37.2	35.3	37.0	34.8	19.4	84.8	41.9	70.8	54.5	61.4
10	30	100	53.3	42.6	42.5	42.8	44.4	17.2	100.0	49.6	89.6	63.2	67.4
10	50	50	47.6	40.6	37.6	40.3	36.8	17.1	83.9	46.3	70.9	55.4	61.7
10	50	100	58.3	49.8	49.3	49.6	49.7	18.5	100.0	55.4	87.7	66.6	70.4
10	100	100	66.1	57.9	58.1	58.3	57.2	18.9	100.0	66.0	88.6	71.3	73.7
20	20	20	54.4	48.3	40.6	47.0	37.5	54.4	54.4	56.0	37.4	53.7	65.3
20	20	30	59.1	50.1	43.6	49.0	40.7	51.8	71.9	58.6	49.8	60.3	70.6
20	20	50	67.7	56.7	53.9	56.7	52.8	52.3	89.9	66.0	72.1	69.3	77.2
20	20	100	78.2	66.8	65.9	66.7	65.7	54.1	100.0	75.3	91.3	82.9	85.6
20	30	30	60.8	52.6	47.7	51.2	44.4	52.6	73.0	59.8	52.8	63.7	72.2
20	30	50	68.3	57.0	53.3	56.4	53.2	51.6	87.4	67.3	71.5	70.2	77.0
20	30	100	76.1	67.7	66.2	67.5	66.5	49.9	100.0	74.0	91.1	81.5	84.8
20	50	50	68.5	59.0	56.7	58.6	55.2	49.2	85.2	66.8	69.6	70.1	76.1
20	50	100	81.5	72.4	72.3	72.5	71.3	55.7	100.0	80.0	90.6	85.6	87.4
20	100	100	84.4	75.9	75.7	76.0	73.5	49.6	100.0	82.8	91.3	86.2	88.4
30	30	30	74.0	65.9	61.2	65.0	58.0	73.9	73.9	73.9	52.1	71.3	78.8
30	30	50	85.3	78.3	75.3	78.1	72.1	77.9	92.2	84.7	73.6	85.7	89.7
30	30	100	92.2	85.4	84.9	85.2	83.5	80.3	100.0	91.3	93.4	93.0	94.9
30	50	50	83.5	75.7	73.4	75.1	71.2	75.8	89.9	82.4	70.5	83.5	88.2
30	50	100	91.4	84.6	84.0	84.7	83.0	77.2	100.0	90.3	92.2	92.0	93.6
30	100	100	94.1	88.3	87.6	88.1	87.0	77.6	100.0	92.6	92.8	93.7	94.8
50	50	50	93.7	88.6	87.3	88.4	85.6	91.6	91.6	93.7	69.8	93.1	95.9
50	50	100	97.5	95.6	95.0	95.3	94.7	94.1	100.0	97.2	92.6	97.4	98.3
100	100	100	100.0	99.8	99.8	99.8	99.8	100.0	100.0	100.0	94.5	100.0	100.0



TABLA 10: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 2 y 5, generadas de la normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	53.3	46.7	32.2	43.0	29.4	50.9	50.9	56.4	51.9	47.1	70.3
10	10	20	67.8	53.3	45.8	52.4	44.9	50.4	86.7	67.1	78.3	66.1	83.3
10	10	30	75.7	63.8	57.2	62.7	56.4	54.6	95.4	74.4	89.0	79.0	88.2
10	10	50	83.0	69.7	67.1	68.8	68.9	55.6	99.1	81.1	96.8	87.0	92.0
10	10	100	88.3	78.5	78.7	79.0	80.6	55.9	100.0	86.5	99.9	94.8	96.3
10	20	20	72.9	64.0	56.9	63.4	53.1	51.3	86.0	73.4	79.8	71.8	83.6
10	20	30	79.7	70.3	66.4	69.0	62.7	49.9	95.6	79.4	90.7	81.0	88.4
10	20	50	88.2	79.1	78.6	79.6	77.2	51.0	98.8	87.5	97.3	90.0	93.7
10	20	100	93.6	87.5	87.9	87.3	87.7	52.8	100.0	93.1	99.9	95.6	96.8
10	30	30	84.9	77.3	73.9	76.8	70.2	51.2	95.7	85.0	93.7	84.0	89.9
10	30	50	92.2	84.3	82.8	84.0	82.4	53.1	98.8	92.1	98.4	93.3	95.8
10	30	100	96.3	91.6	91.3	91.6	91.1	49.9	100.0	95.6	100.0	97.1	98.2
10	50	50	94.7	90.9	90.7	91.0	88.5	48.0	98.9	94.8	99.0	94.9	96.8
10	50	100	99.0	97.5	97.1	97.5	96.5	51.6	100.0	98.9	99.9	99.4	99.6
10	100	100	99.5	99.0	98.9	98.9	98.7	49.2	100.0	99.6	99.9	99.7	99.8
20	20	20	87.7	80.7	75.1	79.6	69.0	86.4	86.4	88.7	79.8	83.0	91.4
20	20	30	93.2	87.9	84.9	87.4	81.6	88.3	95.8	93.3	91.6	90.7	95.9
20	20	50	98.2	95.0	93.9	94.8	92.0	93.5	99.3	98.0	98.4	97.2	98.9
20	20	100	99.3	98.4	98.3	98.4	98.8	95.2	100.0	99.3	99.8	99.4	99.8
20	30	30	94.2	89.4	85.8	88.7	82.2	90.4	96.6	94.2	92.9	90.7	95.9
20	30	50	98.2	95.7	94.6	95.3	93.0	91.7	99.9	98.1	98.5	97.9	99.2
20	30	100	100.0	98.9	98.8	98.9	98.6	94.4	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0
20	50	50	98.6	96.9	96.3	96.7	95.2	93.2	99.4	98.5	99.0	98.1	99.0
20	50	100	99.8	99.6	99.4	99.5	99.4	94.2	100.0	99.8	99.9	99.9	99.9
20	100	100	99.9	99.8	99.7	99.8	99.5	93.2	100.0	99.9	100.0	99.8	99.9
30	30	30	97.0	92.9	91.4	92.4	88.7	96.9	96.9	97.3	92.9	95.1	97.5
30	30	50	99.1	98.7	98.3	98.5	97.4	98.7	99.6	99.0	99.0	99.1	99.6
30	30	100	100.0	99.9	99.9	99.9	99.8	99.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
30	50	50	99.8	98.7	97.5	98.4	97.0	98.7	99.8	99.8	99.1	99.6	99.7
30	50	100	100.0	99.9	99.9	99.9	99.7	99.5	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
30	100	100	100.0	99.9	99.9	99.9	99.8	99.6	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
50	50	50	99.8	99.8	99.7	99.7	99.4	99.8	99.8	99.8	99.0	99.7	99.9
50	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
100	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 11: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las tres muestras son 1, 3 y 5, generadas de la normal.

Tamaños			Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	51.8	39.8	27.0	36.5	24.8	52.0	52.0	53.0	36.7	51.6	72.8
10	10	20	59.4	48.5	38.3	46.7	37.0	50.6	86.3	57.5	61.3	67.1	78.4
10	10	30	69.8	55.0	48.0	54.7	50.1	53.4	96.0	67.4	79.2	78.5	87.6
10	10	50	74.4	59.5	55.0	58.5	56.2	53.2	98.7	71.3	92.2	84.4	89.5
10	10	100	79.5	64.8	65.3	65.7	67.5	53.7	100.0	75.0	99.4	90.5	92.9
10	20	20	63.1	48.2	39.9	47.1	39.1	47.2	83.9	61.7	58.8	67.1	79.4
10	20	30	69.4	53.9	47.6	52.9	48.1	51.6	93.2	66.4	72.5	75.2	83.2
10	20	50	77.3	63.3	59.3	62.6	60.1	52.3	98.0	74.3	92.9	83.6	88.6
10	20	100	81.2	68.6	68.3	69.1	69.9	51.2	100.0	77.8	99.2	89.1	91.1
10	30	30	69.7	57.8	52.0	57.1	51.1	48.3	92.4	66.6	76.5	75.7	82.3
10	30	50	78.9	66.2	63.9	66.3	64.8	49.8	98.3	75.6	91.4	83.4	88.6
10	30	100	84.5	72.9	72.1	72.6	72.8	48.2	100.0	81.3	98.1	89.9	91.9
10	50	50	80.7	70.1	68.0	69.4	66.8	49.4	98.3	77.8	92.1	86.0	89.5
10	50	100	88.0	80.3	80.5	80.4	80.3	50.1	100.0	87.0	98.9	91.7	93.8
10	100	100	92.0	86.4	86.7	86.7	86.4	49.3	100.0	91.0	99.4	94.6	95.0
20	20	20	89.1	79.7	72.9	78.7	69.0	89.7	89.7	89.0	59.9	87.2	93.2
20	20	30	92.9	83.9	78.4	81.9	75.6	90.2	96.7	92.7	74.1	90.2	95.3
20	20	50	95.5	89.8	87.6	89.1	87.7	91.3	99.7	94.8	90.8	95.6	98.2
20	20	100	99.0	96.4	96.2	96.2	95.8	95.2	100.0	98.8	99.6	99.3	99.7
20	30	30	92.8	86.2	83.0	85.8	80.4	89.2	96.8	92.3	76.6	93.3	96.3
20	30	50	97.5	92.7	90.9	92.4	89.3	93.0	99.5	96.8	92.1	97.4	98.3
20	30	100	98.4	95.9	95.7	96.1	95.8	94.1	100.0	98.1	99.3	99.0	99.4
20	50	50	97.2	92.2	91.1	91.4	90.3	92.5	99.7	96.4	93.5	97.1	98.8
20	50	100	99.5	96.8	96.7	96.8	96.2	94.8	100.0	99.4	99.8	99.5	99.9
20	100	100	98.8	96.6	96.5	96.5	96.1	93.0	100.0	98.7	99.5	99.4	99.8
30	30	30	98.2	94.5	92.7	94.1	91.3	98.3	98.3	98.1	76.1	96.6	98.1
30	30	50	98.8	97.3	96.1	97.2	95.4	98.3	99.6	98.8	92.1	98.9	99.3
30	30	100	99.8	99.4	99.3	99.3	99.2	99.4	100.0	99.8	99.5	99.9	99.9
30	50	50	99.8	98.2	97.8	98.1	97.3	99.4	100.0	99.8	92.8	99.8	99.9
30	50	100	100.0	99.6	99.4	99.6	99.4	99.5	100.0	99.9	99.8	100.0	100.0
30	100	100	99.9	99.5	99.4	99.4	99.3	99.5	100.0	99.9	99.8	99.9	99.9
50	50	50	100.0	99.7	99.7	99.7	99.5	99.9	99.9	99.9	92.6	99.7	99.9
50	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
100	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 12: Porcentaje de veces que se rechazó la hipótesis nula, cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 1, 1 y 1, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	4.1	6.4	3.3	5.9	2.5	4.6	4.6	4.9	4.4	6.8	15.0
10	10	20	20	5.9	5.9	4.2	6.1	2.9	1.7	17.6	11.9	12.6	7.5	14.4
10	10	20	50	5.0	6.0	4.2	5.8	4.0	1.5	49.2	13.0	8.2	8.3	12.8
10	10	20	100	5.4	6.5	5.2	6.3	4.7	1.2	100.0	12.5	9.2	8.1	11.1
10	10	50	100	5.1	4.6	4.0	4.6	4.0	1.0	100.0	26.4	27.2	7.1	9.7
20	20	50	50	4.3	5.3	4.1	4.8	3.7	2.0	16.5	10.6	11.3	6.3	9.0
20	20	50	100	5.7	6.1	5.7	6.1	5.2	2.0	100.0	16.4	11.9	7.4	9.9
20	50	50	50	6.2	6.9	5.9	6.5	5.3	0.6	11.3	6.7	9.1	7.3	9.7
20	50	50	100	6.2	5.3	4.4	5.3	4.7	0.8	100.0	6.1	6.4	7.2	9.4
50	50	100	100	4.7	5.5	4.9	5.2	4.6	0.9	100.0	9.7	7.0	5.0	6.7

TABLA 13: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 1, 2 y 2, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	16.1	18.4	10.5	16.3	8.6	14.5	14.5	18.3	16.5	17.8	36.4
10	10	20	20	24.1	20.9	14.2	20.0	14.2	10.9	51.8	41.8	31.6	31.0	46.2
10	10	20	50	24.0	18.7	14.7	17.7	15.1	9.3	79.9	42.7	22.5	32.6	43.0
10	10	20	100	28.1	23.9	23.1	24.2	23.3	9.2	100.0	47.0	22.0	42.9	48.2
10	10	50	100	28.5	23.3	22.6	23.3	23.4	9.4	100.0	67.6	51.5	41.1	47.1
20	20	50	50	50.3	42.6	39.9	42.5	39.1	27.6	75.5	70.2	54.6	56.0	62.6
20	20	50	100	54.0	44.9	44.6	45.3	44.5	24.1	100.0	75.0	48.8	59.8	66.4
20	50	50	50	71.4	63.6	59.9	62.6	57.9	19.3	73.5	71.3	50.9	70.4	75.9
20	50	50	100	78.2	72.1	70.8	71.6	70.0	16.2	100.0	77.3	47.9	80.0	83.8
50	50	100	100	91.3	84.7	84.1	85.0	82.7	67.7	100.0	95.2	78.5	91.8	93.0

TABLA 14: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 1, 2 y 5, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	64.9	58.5	42.7	54.7	35.8	57.0	57.0	68.2	64.1	47.4	80.1
10	10	20	20	84.0	74.4	66.6	72.8	61.4	58.1	91.7	91.2	90.1	73.6	90.0
10	10	20	50	95.8	88.4	87.0	88.3	85.8	56.4	99.8	98.3	96.2	94.8	98.4
10	10	20	100	98.2	95.4	94.8	95.4	94.5	61.0	100.0	99.3	97.1	98.9	99.6
10	10	50	100	99.4	98.9	98.6	98.8	98.2	60.1	100.0	99.9	99.9	99.6	99.9
20	20	50	50	99.8	98.8	98.2	98.7	97.5	95.4	99.9	100.0	100.0	99.2	99.9
20	20	50	100	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	98.8	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0
20	50	50	50	100.0	100.0	100.0	100.0	99.9	96.4	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	50	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	98.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
50	50	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 15: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 1, 2 y 10, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	91.9	86.7	78.6	84.7	65.0	88.8	88.8	93.4	92.7	70.6	96.2
10	10	20	20	99.5	97.1	95.7	96.4	93.0	94.0	99.9	99.9	100.0	94.8	99.9
10	10	20	50	100.0	99.9	99.9	99.9	100.0	96.8	100.0	100.0	100.0	99.9	100.0
10	10	20	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	97.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
10	10	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	98.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	20	50	50	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	20	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	50	50	50	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	50	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
50	50	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 16: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 2, 5 y 5, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	63.0	53.2	37.5	49.2	31.7	59.2	59.2	64.3	35.6	59.7	81.9
10	10	20	20	71.2	57.5	46.7	55.5	46.4	55.1	89.7	77.2	61.9	75.5	87.4
10	10	20	50	77.3	62.1	56.8	61.0	58.6	51.6	99.4	83.8	58.9	85.5	91.4
10	10	20	100	82.3	67.1	64.8	66.0	65.6	50.7	100.0	87.9	55.7	90.5	93.5
10	10	50	100	82.2	68.7	69.0	69.0	70.2	49.7	100.0	94.3	90.9	90.7	92.8
20	20	50	50	98.8	96.4	95.5	96.3	95.1	94.4	99.8	99.3	94.6	99.5	99.7
20	20	50	100	99.4	97.2	97.2	97.4	96.8	95.2	100.0	99.7	94.8	100.0	100.0
20	50	50	50	99.4	99.0	98.4	98.9	98.1	94.3	100.0	99.4	97.7	99.5	99.8
20	50	50	100	99.8	99.3	99.3	99.2	99.2	92.9	100.0	99.8	96.7	100.0	100.0
50	50	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 17: Potencia de las pruebas cuando las varianzas de las cuatro muestras son 1, 2, 5 y 10, generadas de la normal.

Tamaños				Pruebas										
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	Ba	l.m	l.me	l.r	Fli	h.mi	h.ma	teo	coc	la	la.m
10	10	10	10	85.6	73.6	59.6	70.8	52.6	82.0	82.0	87.2	68.5	74.8	94.9
10	10	20	20	94.6	85.4	76.7	83.1	75.1	84.2	98.8	96.4	92.1	93.7	98.6
10	10	20	50	99.3	95.1	94.0	95.0	94.2	89.6	100.0	99.7	97.1	99.5	99.9
10	10	20	100	99.9	99.3	99.2	99.2	99.1	91.1	100.0	99.9	97.8	99.9	99.9
10	10	50	100	100.0	99.4	99.2	99.4	99.2	92.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	20	50	50	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	20	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	50	50	50	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	99.8	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
20	50	50	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	99.9	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
50	50	100	100	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0