*Сибирский математический журнал*
*Ноябрь—декабрь, 2016. Том 57, № 6*

*УДК 512.542*

# О СИЛОВСКИХ 2–ПОДГРУППАХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРУПП, НАСЫЩЕННЫХ КОНЕЧНЫМИ ПРОСТЫМИ ГРУППАМИ

**Б. Ли, Д. В. Лыткина**

**Аннотация.** Доказано, что любая 2-подгруппа периодической группы, насыщенной группами лиева типа ограниченных лиевых рангов над полями нечетных характеристик, является черниковской группой. В частности, любая такая группа локально конечна.

DOI 10.17377/smzh.2016.57.609

**Ключевые слова:** группа, насыщенная множеством групп; периодическая группа; силовская подгруппа.

## Введение

Пусть $\mathfrak{M}$ — некоторое множество групп. По определению *группа $G$ насыщена группами из $\mathfrak{M}$*, если любая ее конечная подгруппа содержится в подгруппе, изоморфной некоторому элементу множества $\mathfrak{M}$.

**Теорема 1.** *Пусть $n$ — натуральное число, $\mathfrak{A}$ — множество, состоящее из всех конечных простых групп лиева типа над полями нечетных характеристик, лиевы ранги которых не превосходят числа $n$. Пусть $\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \cup \mathfrak{B}$, где $\mathfrak{B}$ — произвольное конечное множество конечных групп. Если $G$ — периодическая группа, насыщенная группами из $\mathfrak{M}$, то любая ее 2-подгруппа является черниковской группой, т. е. конечным расширением полной абелевой группы конечного ранга, и, в частности, локально конечна.*

Доказательство теоремы 1 использует следующий результат.

**Теорема 2.** (1) *2-Группа, в которой централизатор некоторой инволюции черниковский, сама является черниковской группой.*

(2) *2-Группа, содержащая конечную максимальную элементарную абелеву подгруппу, является черниковской группой.*

Теорема 2 является частным случаем утверждений из работы В. П. Шункова [1, теоремы 1, 2]. Позднее обобщение этих утверждений опубликовал А. М. Попов в [2].

Учитывая то, что доказательства в [1] не вполне корректны, а сборник [2] труднодоступен, авторы решили привести здесь полные доказательства той части результатов из [1], которые необходимы для доказательства теоремы 1, при этом, в основном, следовали линии рассуждений из [1].

---

The work of the first author was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11471055).

## 1. Доказательство теоремы 2

Группа $G$ называется *локально конечной*, если любое конечное множество ее элементов порождает конечную подгруппу. Понятно, что локально конечная группа является периодической группой, т. е. порядок любого ее элемента конечен. Для краткости в этой статье периодическую не локально конечную группу будем называть *дикой*.

Группа $G$ называется *черниковской*, если она представляет собой конечное расширение прямого произведения $A$ конечного числа $r$ квазициклических групп. Очевидно, подгруппа $A$ содержит любую полную абелеву подгруппу из $G$ и является характеристической подгруппой в $G$. Она называется *полной частью группы* $G$. Число $r$ называется *рангом* $A$.

**Лемма 1.** (1) *Подгруппа черниковской группы и расширение черниковской группы посредством черниковской группы — черниковские группы.*

*В черниковской группе выполняется условие минимальности для подгрупп: в ней нет бесконечных строго убывающих цепей подгрупп.*

(2) *В примарной черниковской группе любая собственная подгруппа отлична от своего нормализатора.*

(3) *Если в локально конечной $p$-группе $G$ найдется максимальная элементарная абелева подгруппа конечного порядка, то $G$ — черниковская группа.*

(4) *Если локально конечная $p$-группа $G$ содержит элемент порядка $p$, централизатор которого является черниковской группой, то сама группа $G$ черниковская.*

Доказательство. Доказательство пп. (1) и (2) см. в [3] или [4]. П. (3) — часть теоремы 4.1 из [5].

Если $C_G(t)$ — черниковская подгруппа в локально конечной группе $G$, то в $C_G(t)$ нет бесконечных элементарных абелевых $p$-подгрупп, поэтому по п. (3) $G$ — черниковская подгруппа, что доказывает п. (4).

**Лемма 2.** (1) *Группа внешних автоморфизмов черниковской группы содержит нормальную подгруппу без кручения конечного индекса.*

(2) *Если $G$ — черниковская $p$-группа для некоторого простого числа $p$ и $r$ — ранг ее полной части $A$, то $|G/C_G(A)| \le m$, где $m$ — натуральное число, зависящее только от $r$ и $p$.*

(3) *Если периодическая группа $H$ является расширением полной абелевой группы $A$ конечного ранга $r$ посредством полной абелевой группы конечного ранга $s$, то $H$ — полная абелева группа ранга $r + s$.*

Доказательство. П. (1) — часть теоремы 2 из [6].

(2) Фактор-группа $\overline{G} = G/C_G(A)$ вкладывается в группу $B$ внешних автоморфизмов $A$, в которой по п. (1) существует нормальная подгруппа $N$ без кручения конечного индекса. Ясно, что $\overline{G} \cap N = 1$, поэтому $\overline{G}$ изоморфна подгруппе конечной группы $\mathrm{Out}(A)/N$, зависящей только от $A$, т. е. от $p$ и $r$.

(3) Так как $A$ и $H/A$ — черниковские группы, по лемме 1(1) $H$ — черниковская группа. Если $C$ — ее полная часть, то $A \le C$ и $H/C$ — конечная группа по п. (2). Поскольку $H/C \simeq (H/A)/(C/A)$, то $C/A$ — подгруппа конечного индекса в полной абелевой группе $H/A$, т. е. $C/A = H/A$ и $C = H$. Понятно, что ранг $C$ конечен (он не превосходит $r + s$). Так как $A$ — полная подгруппа абелевой группы $C = H$ конечного ранга, то $H \simeq A \times H/A$, откуда вытекает оставшаяся часть п. (3). Лемма доказана.

**Лемма 3.** *В неабелевой 2-группе $G$ существует конечная неабелева подгруппа.*

Доказательство. Предположим, что лемма неверна. Среди всех контрпримеров выберем $G$ так, чтобы в ней существовала пара $x$, $y$ некоммутирующих элементов, для которой сумма $|x| + |y|$ наименьшая. Очевидно, что $G = \langle x, y\rangle$ и $|x| + |y| > 4$. Это означает, что все инволюции из $G$ перестановочны и, следовательно, порождают нормальную абелеву подгруппу $A$. Пусть $\bar{x} = xA$, $\bar{y} = yA$. Так как $|\bar{x}| + |\bar{y}| < |x| + |y|$, по предположению $G/A = \langle \bar{x}, \bar{y}\rangle$ коммутативна и поэтому конечна. Но тогда и $G = \langle x, y\rangle$ конечна. Лемма доказана.

**Лемма 4.** *Пусть $t$ — инволюция периодической группы $G$ и $C_G(t)$ — черниковская группа.*

(1) *Если $N$ — нормальная черниковская подгруппа в $G$, то централизатор $tN$ в $G/N$ — черниковская подгруппа.*

(2) *Ранги полных $t$-инвариантных абелевых 2-подгрупп группы $G$ ограничены в совокупности.*

Доказательство. (1) Пусть $T = \langle t, N\rangle$. По лемме 1(1) $T$ и $TC_G(t)$ — черниковские группы. По лемме 2(1) индекс $TC_G(T)$ в $R = N_G(T)$ конечен. Поскольку $TC_G(T) \le TC_G(t)$, то $TC_G(T)$ — черниковская группа, но тогда и $R$ — черниковская группа. Так как $C_{G/N}(tN) \le R/N$, то $C_{G/N}(tN)$ тоже черниковская группа.

(2) Пусть $A$ — инвариантная относительно $t$ полная абелева 2-подгруппа $G$. Тогда $A\langle t\rangle$ — локально конечная группа и $C_A(t)$ — черниковская группа.

По лемме 1(4) $A\langle t\rangle$ — черниковская группа, поэтому ранг $A$ конечен. Это означает, что подгруппа $B$ из $A$, порожденная инволюциями из $A$, конечна. Более того, $|B| \le |C_B(t)|^2$. Если $r$ — максимум рангов абелевых 2-подгрупп из $C_G(t)$ (а он конечен по определению черниковской группы и лемме 1(1)), то $|C_B(t)| \le 2^r$, откуда $|B| \le 2^{2r}$. Это означает, что ранг $A$ не превосходит $2r$.

**Лемма 5** [7]. *Если $t$ — инволюция в периодической группе $G$ и порядок $C_G(t)$ конечен, то $G$ локально конечна.*

Предположим, что теорема 2(1) неверна. Пусть $\mathfrak{W}$ — множество диких 2-групп, содержащих некоторую инволюцию $t$ с черниковским централизатором. По условию $\mathfrak{W}$ непусто.

**Лемма 6.** *Пусть $\mathfrak{V}$ — множество групп $G \in \mathfrak{W}$, обладающих следующим свойством: для некоторой инволюции $t \in G$ с черниковским централизатором нормализатор любой нетривиальной $t$-инвариантной полной абелевой подгруппы из $G$ — черниковская группа.*

*Тогда $\mathfrak{V}$ непусто.*

Доказательство. Предположим противное. Пусть $G \in \mathfrak{W}$ и $t$ — инволюция из $G$ с черниковским централизатором. Тогда найдется нетривиальная полная абелева $t$-инвариантная подгруппа $A$ из $G$, для которой $N_G(A)$ — не черниковская группа. Так как $N_G(A) \cap C_G(t)$ — черниковская группа, $N = N_G(A)$ — дикая группа по лемме 1(4). По лемме 4(2) $A$ можно выбрать так, чтобы она не содержалась ни в какой большей $t$-инвариантной полной абелевой подгруппе, нормализатор которой в $G$ — дикая группа.

По лемме 4(1) централизатор инволюции $\bar{t} = tA$ в $\overline{G} = N/A$ — черниковская группа. Кроме того, если $\overline{B}$ — нетривиальная полная $\bar{t}$-инвариантная абелева подгруппа в $\overline{G}$, нормализатор которой в $\overline{G}$ не является черниковской подгруппой, то по лемме 2(3) ее полный прообраз в $N$ — полная абелева $t$-инвариантная подгруппа, нормализатор которой в $N$ — дикая группа. Это противоречит выбору $A$. Таким образом, $\overline{G} \in \mathfrak{V}$. Лемма доказана.

Пусть $G \in \mathfrak{V}$ и $t$ — инволюция из $G$ с черниковским централизатором. Обозначим через $\mathfrak{L}$ множество локально конечных подгрупп из $G$, содержащих $t$, а через $\mathfrak{M}$ — множество максимальных по включению элементов из $\mathfrak{L}$.

**Лемма 7.** *Если $L \in \mathfrak{L}$, то $L$ — черниковская группа.*

Доказательство. Условие теоремы переносится на подгруппы, содержащие $t$, поэтому по лемме 1(1) $L$ черниковская.

**Лемма 8.** *Пусть $M \in \mathfrak{M}$.*

(1) *Существуют сопряженная с $t$ инволюция $a \in G \setminus M$ и подгруппа $M_1 \in \mathfrak{M}$, отличная от $M$.*

(2) *Если $L$ — бесконечная подгруппа из $M$, содержащая $t$, то $N_G(L) \leq M$.*

Доказательство. Предположим, что все сопряженные с $t$ инволюции из $G$ содержатся в $M$. Порожденная ими подгруппа $T$ нормальна в $G$ и является черниковской. По лемме 2(2) $G/TC_G(T)$ — конечная группа, а $TC_G(T) \leq TC_G(t)$ — черниковская группа, поэтому $G$ — черниковская группа вопреки выбору $G$. Если $a$ — инволюция из $G \setminus M$, то $\langle t, a \rangle$ — конечная группа, которая содержится в $M_1 \in \mathfrak{M}$. Очевидно, что $M \neq M_1$.

(2) Пусть $A$ — полная часть $L$. Тогда $A \neq 1$. Так как $G \in \mathfrak{V}$, то $N_G(A)$ — бесконечная черниковская группа. Если $B$ и $C$ — полные части групп $M$ и $N_G(A)$ соответственно, то $A \leq B$, откуда $B \leq N_G(A)$, поэтому $B \leq C$. Кроме того, $N_G(B) \geq M$, тем самым $N_G(B) = M$, поскольку $N_G(B)$ — черниковская группа по определению $\mathfrak{V}$ и $M \in \mathfrak{M}$. Отсюда $C \leq M$ и, следовательно, $B = C$. Теперь $N_G(L) \leq N_G(A) \leq N_G(C) = N_G(B) = M$. Лемма доказана.

**Лемма 9.** *Если $D$ — конечная подгруппа из $G$, содержащая $t$, то $N_G(D)$ — черниковская группа.*

Доказательство. Так как $N_G(D)/C_G(D)$ изоморфна группе автоморфизмов $D$, а $C_G(D)$ содержится в черниковской подгруппе $C_G(t)$, по лемме 1(1) $N_G(D)$ — конечное расширение черниковской группы, т. е. черниковская группа. Лемма доказана.

**Лемма 10.** *Существует натуральное число $s = 2^{s_0}$, обладающее следующим свойством: для любой подгруппы $M \in \mathfrak{M}$ и любого элемента $x \in M$ элемент $x^s$ централизует полную часть $M$.*

Доказательство. По лемме 4(2) ранги полных абелевых подгрупп из $G$, которые нормализуются элементом $t$, ограничены, поэтому существование искомого числа $s$ вытекает из леммы 2(2). Лемма доказана.

**Лемма 11.** *Пусть $M \in \mathfrak{M}$.*

(1) *Существуют подгруппы $M_1, M_2, \dots$, принадлежащие $\mathfrak{M}$, для которых при любом $n = 1, 2, \dots$*

(a) *$D_n = M \cap M_n$ — конечная группа;*

(b) *$N_M(D_n) \leq D_{n+1}$ и $D_{n+1} \neq D_n$.*

*В частности, все элементы из $\mathfrak{M}$ — бесконечные группы.*

(2) *Если $A$ — полная часть $M$, то $A \leq D = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} D_n$.*

(3) *Если $A_0$ — конечная подгруппа из $A$, то $C_G(A_0)$ — дикая группа.*

(4) $C_G(t) \le M$.

Доказательство. (1) По лемме 8(1) в $G \setminus M$ существует инволюция $a$. Пусть $M_1$ — подгруппа из $\mathfrak{M}$, содержащая конечную подгруппу $\langle t, a\rangle$, и $D_1 = M \cap M_1$. Если $D_1 = M$, то $M \le M_1$ вопреки предположению, что $M \in \mathfrak{M}$. Значит, $D_1 \ne M$. Аналогично $M_1 \ne D_1$. По лемме 1(2) $N_{M_1}(D_1) \ne D_1 \ne N_M(D_1)$. Поэтому $N_G(D_1) \not\le M$, и по лемме 8(2) $D_1$ — конечная подгруппа. По лемме 9 $N_G(D_1)$ — черниковская подгруппа, тем самым найдется $M_2 \in \mathfrak{M}$, для которой $N_G(D_1) \le M_2$.

Для группы $D_2 = M \cap M_2$ справедливо все, что было доказано выше про $D_1$. Кроме того, $D_2 \ge D_1$ и $D_2 \ne D_1$. Это дает возможность построить бесконечную строго возрастающую цепь подгрупп $D_1 < D_2 < D_3 < \dots$ с требуемыми условиями. В частности, $M$, а значит, все элементы $\mathfrak{M}$ — бесконечные группы.

(2) Предположим противное. Пусть $a \in A$, $a \notin D$. Если $|a| = 2^p$, то $a \in B = \{x \in A \mid x^{2^p} = 1\}$. Очевидно, что $B$ — конечная характеристическая подгруппа $M$, не лежащая в $D$. Пусть $B_i = D_i \cap B$. Тогда $B_1 \le B_2 \le B_3 \le \dots$. Поскольку $B$ конечна, найдется $i$, для которого $B_i = B_{i+1}$. Так как $B \trianglelefteq M$, то $B_i \trianglelefteq D_i$. Кроме того, ввиду абелевости $B$ имеем $B_i \trianglelefteq BD_i$. Положим $\overline{B} = B/B_i$, $\overline{D}_i = D_i/B_i$. Тогда $\overline{B} \triangleleft \overline{BD}_i$ и $\overline{B} \cap \overline{D}_i = 1$. Группа $\overline{BD}_i$ — конечная 2-группа. В силу нильпотентности $\overline{BD}_i$ подгруппа $\overline{B}$ содержит нетривиальный элемент $\bar{z}$ из центра $\overline{BD}_i$. Он не принадлежит $\overline{D}_i$, а его прообраз $z$ не принадлежит $B_i$ и нормализует $D_i$. По п. (1) $z \in D_{i+1} \cap B = B_{i+1} = B_i$. Полученное противоречие доказывает (2).

(3) Для каждого натурального $i$ обозначим через $A_i$ подгруппу $\{a \in A \mid a^{2^i} = 1\}$. По определению черниковской группы $A_i$ конечна и характеристична в $M$. Кроме того, существует $m \ge 1$, для которого $A_0 \le A_m$. Пусть $j = m + s_0$, где $s_0$ — число из леммы 10. По п. (2) $A_j \le D_n = M \cap M_n$ для некоторого $n$.

Пусть $R$ — полная часть $M_n$. Из выбора $s_0$ следует, что $A_0 \le A_m \le C_G(R)$. Очевидно, $t \in N_G(A_m)$ и $\langle A, R\rangle \le N_G(A_i)$.

Если $N_G(A_m)$ — локально конечная группа, то по лемме 1(4) она черниковская, откуда вытекает, что $R$ и $A$ централизуют друг друга, и по лемме 8(2) следует, что $RA \le M \cap M_n$, $R = A$, $M = M_n$. Это противоречит выбору $M_n$. Таким образом, $N_G(A_m)$ — дикая подгруппа. Поскольку $A_m$ конечна, $C_G(A_m)$ также дикая подгруппа. Но тогда $C_G(A_0)$ тоже дикая группа.

(4) Предположим противное. Для подгрупп $A_i$ из доказательства п. (3) положим $G_i = C_G(A_i)$, $C_i = C_{G_i}(t) = C_G(\langle A_i, t\rangle)$. Если для некоторого $i$ подгруппа $C_i$ конечна, то по лемме 5 $G_i$ — локально конечная группа, что противоречит п. (3). Поэтому подгруппы $C_i$ бесконечны для всех $i$ и как подгруппы $C_G(t)$ черниковские. Пусть $B_i$ — полная часть $C_i$ и $B$ — полная часть $C_G(t)$. Очевидно, что $B \ge B_1 \ge B_2 \ge \dots$, и эта убывающая цепь подгрупп полной абелевой 2-группы $B$ конечного ранга стабилизируется на конечном номере, т. е. найдется натуральное число $m$, для которого $B_m = B_{m+1} = \dots$. Поскольку $C_m$ бесконечна, $B_m$ тоже бесконечна и централизует все $A_i$, т. е. централизует $A$. Таким образом, в $C_G(t)$ найдется квазициклическая подгруппа $Q \le B_m$, централизующая $A$. Так как по лемме 8(2) $C_G(A) \le M$, то $Q \le M$ и по той же лемме 8(2) $B \le C_G(Q) \le M$. Далее, $C_G(t) \le N_G(B) \le M$ по лемме 8(2). Лемма доказана.

Закончим доказательство п. (1) теоремы 2. Пусть $M \in \mathfrak{M}$. По леммам 5 и 1(4) $C_G(t)$ — бесконечная группа, которая по лемме 11(4) содержится в $M$. По лемме 8(1) существует $M_1 \in \mathfrak{M}$, отличная от $M$, и $C_G(t) \le M_1$. Так как полные части $A$ и $A_1$ групп $M$ и $M_1$ соответственно нормализуют полную часть $B$ подгруппы $C_G(t)$, то $\langle A, A_1\rangle \leq N_G(B) \leq M \cap M_1$ по лемме 8(2). Отсюда вытекают равенство $A = A_1$ и затем равенство $M = M_1$ вопреки выбору $M_1$. Полученное противоречие доказывает п. (1) теоремы 2.

Докажем теперь п. (2) теоремы 2. Пусть $G$ — 2-группа и $A$ — ее конечная максимальная элементарная абелева подгруппа, порожденная элементами $a_1, \dots, a_r$. Предположим, что $G$ не черниковская. По п. (1) теоремы $C_G(a_i)$ — дикая группа. Точно так же $C_G(\langle a_1, a_2\rangle)$ — дикая группа, и окончательно $C = C_G(A)$ — дикая группа. Не нарушая общности, можно считать, что $G = C$.

**Лемма 12.** *Если $H$ — конечная подгруппа из $G$, то $N_G(H)$ — дикая группа.*

Доказательство проводится индукцией по $|H|$. Если $|H| = 2$ и $t$ — порождающий элемент $H$, то $C_G(t) = N_G(H)$ — дикая группа, иначе по п. (1) теоремы $G$ — черниковская группа; противоречие.

Пусть заключение леммы верно для групп порядка $2^n$ и $|H| = 2^{n+1}$. Если $P$ — максимальная подгруппа в $H$, то по индукции $G_1 = N_G(P)$ — дикая группа и $G_1/P$ — дикая группа. По п. (1) теоремы $N_{G_1/P}(H/P)$ — дикая группа, поэтому $N_{G_1}(H)$ — дикая группа, откуда $N_G(H)$ — дикая группа. Лемма доказана.

Продолжим доказательство п. (2) теоремы. По лемме 4 в $G$ найдется конечная неабелева подгруппа $H_1$. По лемме 12 $C_G(H_1)$ — дикая группа. В ней снова найдется конечная неабелева подгруппа $H_2$, и по лемме 12 $C_G(H_1H_2)$ — дикая группа. Продолжая этот процесс, найдем бесконечно много взаимно коммутирующих неабелевых конечных подгрупп $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Пусть $L_n = AH_1 \cdots H_n$, $n = 1, 2, \dots$, и $L = \bigcup\limits_{n}^{\infty} L_n$. Тогда $L$ — локально конечная группа и по лемме 1(4) она черниковская. Если $M_i = \langle H_i, H_{i+1}, \dots\rangle$ для некоторого $i$, то $M_i \geq M_{i+1}$ и $M_i \neq M_{i+1}$, поскольку иначе $M_i$ централизует $H_i$, что противоречит некоммутативности $H_i$. Таким образом, $M_1 \geq M_2 \geq \dots$ — строго убывающая бесконечная цепь подгрупп из $L$, что противоречит лемме 1(4). Это противоречие заканчивает доказательство теоремы 2(2).

## 2. Доказательство теоремы 1

**Лемма 13.** *Если $S$ — конечная простая группа лиева типа лиева ранга не выше $r$ над полем $F$ нечетного порядка, то ранги ее абелевых 2-подгрупп ограничены некоторым числом, зависящим только от $r$.*

Доказательство. Группа $S$ является подгруппой группы автоморфизмов некоторой алгебры Ли над полем $F$, размерность которой ограничена числом $n$, зависящим только от $r$ [8]. Поэтому $S$ вкладывается в $GL_n(F)$. Если $A$ — абелева 2-подгруппа из $GL_n(F)$, то она вкладывается в группу $D$ диагональных матриц группы $GL_n(L)$, где $L$ — некоторое конечное расширение поля $F$. Так как $D$ — прямое произведение $n$ циклических групп, изоморфных мультипликативной группе $L$, ранг $A$ не превосходит $n$. Лемма доказана.

Пусть $G$ — периодическая группа, насыщенная группами из $\mathfrak{M}$, и $m$ — максимум рангов абелевых подгрупп групп $M \in \mathfrak{M}$. По лемме 13 $m$ — конечное число. Если $A$ — элементарная абелева 2-подгруппа из произвольной 2-подгруппы $T$ группы $G$, то $|A| \leq 2^m$. По теореме 2(2) $G$ — черниковская группа. Теорема 1 доказана.

## *ЛИТЕРАТУРА*

**1.** *Шунков В. П.* Об одном классе $p$-групп // Алгебра и логика. 1970. Т. 9, № 4. С. 484–496.
**2.** *Попов А. М.* Об одном классе $p$-групп с $(a, a)$-условием конечности // Вопросы теории алгебраических систем. Караганда, 1981. С. 93–107.
**3.** *Курош А. Г.* Теория групп. М.: Наука, 1967.
**4.** *Черников С. Н.* Бесконечные специальные группы // Мат. сб. 1939. Т. 6. С. 199–214.
**5.** *Blackburn N.* Some remarks on Černikov $p$-groups // Ill. J. Math. 1962. V. 6, N 3. P. 421–433.
**6.** *Мерзляков Ю. И.* Матричное представление групп внешних автоморфизмов черниковских групп // Алгебра и логика. 1969. Т. 8, № 4. С. 478–482.
**7.** *Шунков В. П.* О периодических группах с почти регулярной инволюцией // Алгебра и логика. 1972. Т. 11, № 4. С. 470–493.
**8.** *Carter R. W.* Simple groups of Lie type. London: John Wiley & Sons, 1972.

*Статья поступила 11 июня 2016 г.*

Li Baojun (Ли Баоджун)
School of Applied Mathematics,
Chengdu University of Information Technology,
610225, Chengdu, P. R. China
libj0618@outlook.com

Лыткина Дарья Викторовна
Сибирский университет телекоммуникаций и информатики,
ул. Кирова, 86, Новосибирск 630102;
Новосибирский гос. университет,
ул. Пирогова, 2, Новосибирск 630090
daria.lytkin@gmail.com