Serie 11

1. Die Randkurve ∂B des in untenstehender Figur dargestellten Bumerangs B besitzt folgende Parameterdarstellung:

$$\partial B: \ t \mapsto \begin{cases} x := 3\cos^2 t + \cos t \\ \\ y := \sin t \end{cases} \qquad (0 \le t \le 2\pi)\,.$$

Bestimme den Schwerpunkt von B.

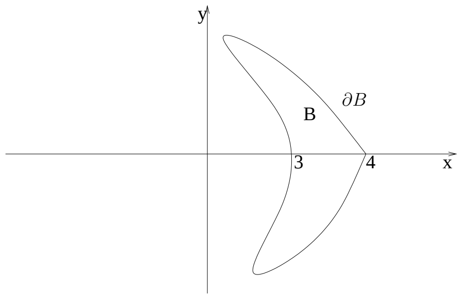

Abbildung 1: Bumerang B

2. Rollt ein Kreis auf einem anderen Kreis ab, so beschreibt ein fester Punkt auf der Peripherie des rollenden Kreises eine Epizykloide. Man bestimme eine Parameterdarstellung der Epizykloide γ in Figur 2 und berechne den von γ eingeschlossenen Flächeninhalt.

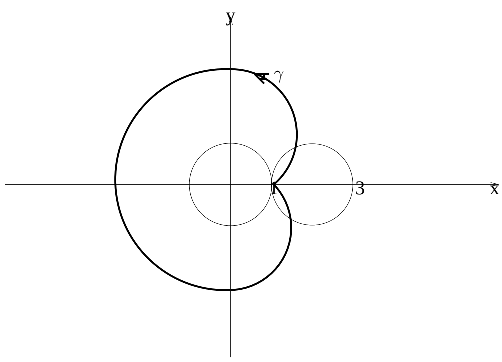

Abbildung 2: Epizykloide γ

3. Berechne den Fluss des Feldes

$$\mathbf{v}(x,y) := (xy - y^2, x^2 + y^3)$$

Bitte wenden!

aus dem Dreieck $B := \{ (x,y) \,|\, x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 1\}$ heraus einmal als Flussintegral und einmal mit Hilfe des Divergenzsatzes.

4. Die Divergenz des Vektorfeldes K, $\mathrm{div}(K)$ ist

Frage 1

$\mathbf{K}(x,y,z) = (x^3 + y + 2xz, x + yz + z^3, x^2 + z^3)\,,$

○ $\mathrm{div}(K) = 3x^2 + 2z + 3$

○ $\mathrm{div}(K) = 3x^2 + 3z + 3z^2$

Frage 2

$K(x,y) = (x^2 - y^2, 2y - x)$

○ $\mathrm{div}(K) = -2y - 1$

○ $\mathrm{div}(K) = 2x + 2$

Frage 3

$\mathbb{K}(x,y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$

○ $\mathrm{div}(K) = 0$

○ $\mathrm{div}(K) = 2xy$