Serie 2

1. Berechne die folgenden Doppelintegrale:

a) $\int_0^1 \int_0^1 e^{x+y}\, dx\, dy;$

b) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x^2}{1+y^2}\, dx\, dy;$

c) $\int_1^2 \int_{\sqrt[3]{y}}^{y} x^2 y^3\, dx\, dy;$

d) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}\, dx\, dy.$

2. Berechne die folgenden Doppelintegrale:

a) $\int_0^1 \int_{x^2}^{x} xy^2\, dx\, dy;$

b) $\int_0^1 \int_0^{x^2} xe^y\, dx\, dy;$

c) $\int_0^{\pi/2} \int_0^2 \varrho^2 \cos(\vartheta)\, d\varrho\, d\vartheta;$

d) $\int_0^1 \int_x^{\sqrt{x}} (y+y^3)\, dx\, dy;$

e) $\int_1^2 \int_0^{y^{3/2}} \frac{x}{y^2}\, dx\, dy.$

3. Sei $\nu \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie dass die Funktion $y_\nu(x)$, die durch

$$y_\nu(x) = x^\nu \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(-1)^m x^{2m}}{2^{2m+\nu} m! \Gamma(\nu+m+1)}, \; x > 0$$

definiert ist, die Besselsche Differentialgleichung erfüllt.

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0.$$

Die Konvergenz der Reihe braucht nicht gezeigt werden.

Bitte wenden!

Online-Abgabe

4. Bei den folgenden Integralen ist die Reihenfolge der Integrationen umzukehren: Die innere Variable soll zur äusseren werden. Wie lautet jeweils das neue Integral?

Frage 1

$$\int_{-1}^{2}\int_{-x}^{2-x^2} f(x,y)dxdy;$$

○ $\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{-y}^{\sqrt{2-y}} f(x,y)dxdy$

○ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\int_{-y}^{\sqrt{2-y}} f(x,y)dxdy$

○ $\displaystyle\int_{-2}^{1}\int_{-y}^{\sqrt{2-y}} f(x,y)dxdy + \int_{1}^{2}\int_{-\sqrt{2-y}}^{\sqrt{2-y}} f(x,y)dxdy$

Frage 2

$$\int_{0}^{2}\int_{y^3}^{4\sqrt{2y}} f(x,y)dxdy;$$

○ $\displaystyle\int_{0}^{2}\int_{\frac{x^2}{32}}^{\sqrt[3]{x}} f(x,y)dxdy$

○ $\displaystyle\int_{0}^{8}\int_{\frac{x^2}{32}}^{\sqrt[3]{x}} f(x,y)dxdy$

○ $\displaystyle\int_{0}^{8}\int_{\sqrt[3]{x}}^{\frac{x^2}{32}} f(x,y)dxdy$