

Serie 9

1. Berechnen Sie durch Dreifachintegration das Volumen des Körpers im \mathbb{R}^3 , der von den Paraboloiden $z = x^2 + y^2$ und $z = x^2 + 2y^2$ sowie den Ebenen $y = x$, $y = 2x$ und $x = 1$ begrenzt wird.

2. Bestimme für folgende Vektorfelder ein Potential, falls ein solches existiert.

- $\mathbf{K}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - 2y^3 \\ x + 5y \end{pmatrix}$
- $\mathbf{K}(x, y) = \begin{pmatrix} y^2 + 5 \\ 2xy - 8 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} (1+x)y^2 \sin(z)e^x \\ 2xy \sin(z)e^x \\ xy^2 \cos(z)e^x \end{pmatrix}$

3. Definieren Sie und berechnen Sie die Rotation des Vektorfeldes $Rot(K)$.

Frage 1

$$K(x, y, z) = (3xy, -5z, 10x)$$

$Rot(K) = (5, -10, -3x)$

$Rot(K) = (-5, 10, 0)$

Frage 2

$$K(x, y) = (x^2 - y^2, 2y - x)$$

$Rot(K) = (0, 0, 0)$

$Rot(K) = (0, 0, -1 - 2y)$

4. Bestimmen Sie ob folgende Vektorfelder konservativ sind.

Bitte wenden!

Frage 3

$$\mathbf{K}(x, y) = (e^x \sin y, e^x \cos y),$$

- Nicht konservativ
- Konservativ

Frage 4

$$\mathbf{K}(x, y, z) = (x^3 + y + 2xz, x + yz + z^3, x^2 + z^3),$$

- Nicht konservativ
- Konservativ

Frage 5

$$\mathbf{K}(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$$

- Nicht konservativ
- Konservativ