Schnellübung 3

1. Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des durch folgende Parameterdarstellung gegebenen Flächenstücks:

$$\psi(u,v) = ((2-\frac{2u}{3})\cos v, (2-\frac{2u}{3})\sin v, u)$$

für $0 \leq u \leq 3$, $0 \leq v \leq 2\pi$.

2. Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = (1-x, 1-y, 1+z)$$

sowie die Fläche S mit der Parameterdarstellung

$$(u,v) \longmapsto \vec{r}(u,v) = (u-v, u+v, uv)$$

und dem Parameterbereich

$$B = \{(u,v) \mid 0 \leq v \leq 1, |u| \leq 1-v\}.$$

Berechnen Sie den Fluss des Feldes $\vec{v}$ von oben nach unten durch die Fläche S. (Figuren!)

3. [Prüfung HS 2009] Berechnen Sie den Fluss des Vektorfelds

$$\vec{v}(x,y,z) = (\ln(1+y^2+z^2), y+\ln(1+x^2+z^2), z+x^2+y^2)$$

durch die obere Halbsphäre $x^2+y^2+z^2=1,\ z \geq 0$, von unten nach oben.

4. Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = (4xy,\ 2x^2+2yz^2-\frac{2}{3}y^3,\ 2y^2z-\frac{2}{3}z^3).$$

Betrachten Sie die Kugel K mit $x^2+y^2+z^2 \leq 1$. Sei B der im ersten Oktanten ($x \geq 0$, $y \geq 0,\ z \geq 0$) liegende Teilkörper von K.

a) Berechnen Sie

$$\iiint_B \operatorname{div} \vec{v}\, dV.$$

b) Bestimmen Sie den Fluss des Vektorfeldes **v** durch den gekrümmten ($x^2+y^2+z^2=1$) Teil der Oberfläche von B von innen nach aussen.