D-MAVT D-MATL | Analysis II | FS 2013
Prof. Dr. P. Biran

Serie 11

Die erste Aufgabe ist eine Multiple-Choice-Aufgabe (MC-Aufgabe), die Online gelöst wird. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zur Online MC-Fragen bis **Freitag, den 24.05.2013 um 14.00 Uhr** ab.
Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!
Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: Donnerstag, den 23.05.2013 oder Freitag, den 24.05.2013 während der Übungsstunde oder im Fächli.
Homepage der Vorlesung:
https://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2013/other/analysis2 _mavt_matl/

---

1. **Frage 1**

Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + y'' + y' + y + x + 1 = 0$$

mit $y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$.

○ $y(x) = e^{-x} + 3\sin x$

○ $y(x) = e^{-x} + 3\cos x - x$

○ $y(x) = C_1\, e^{-x} + C_2 \cos x + C_3 \sin x - x$

○ $y(x) = e^{-x} + 3\sin x - x$

Bitte wenden!

Frage 2

Es ist das folgende autonome System

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + 2x_2 + 3 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 + x_2 \end{aligned}$$

von linearen Differenzialgleichungen 1. Ordung gegeben. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

◯ Es gibt keinen Gleichgewichtspunkt.

◯ $(0, 0)$ ist Gleichgewichtspunkt.

◯ $(1, -2)$ ist Gleichgewichtspunkt.

◯ $(-1, 2)$ ist Gleichgewichtspunkt.

Frage 3

Bestimmen Sie alle $s \in \mathbb{R}$, so dass $(0, 0)$ im folgenden System ein stabiler Gleichgewichtspunkt ist

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= -x(t) + \frac{1}{4} y(t) \\ \dot{y}(t) &= s x(t) - y(t) . \end{cases}$$

◯ $s \leq 0$

◯ $s \leq 4$

◯ $0 \leq s \leq 4$

Siehe nächstes Blatt!

Frage 4

Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem für die Funktionen $x : t \mapsto x(t)$, $y : t \mapsto y(t)$ und $z : t \mapsto z(t)$

$$\begin{array}{rcl} \dot{x} & = & y \\ \dot{y} & = & x + y + z \\ \dot{z} & = & y \end{array} \quad .$$

○ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} e + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^2 + C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-1}$

○ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$

○ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + C_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$

2. Lösen Sie die folgenden Differenzialgleichungssysteme.

a)

$$\begin{cases} \dot{x} & = & 2y \\ \dot{y} & = & -4x + 6y \end{cases}$$

mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 1$ und $y(0) = 2$.

b)

$$\begin{cases} \dot{x} & = & 2x - y \\ \dot{y} & = & x + 2y. \end{cases}$$

3. [Prüfung Winter 2013] Bestimmen Sie alle reellen Lösungen $t \mapsto (x(t), y(t)) \in \mathbb{R}^2$ des Differenzialgleichungssystems

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - \dot{y}(t) & = x(t) \\ \dot{x}(t) + \dot{y}(t) & = y(t). \end{cases}$$

4. Gegeben sei die Differenzialgleichung

$$y'' - (2\alpha - 4)y' + (8 - 4\alpha)y = 0.$$

a) Für welche Werte von α gibt es sowohl (für $x \to \infty$) beschränkte, nicht triviale, als auch (für $x \to \infty$) unbeschränkte Lösungen?

b) Für welche Werte von α gibt es (für $x \to \infty$) beschränkte Lösungen mit $\lim_{x\to\infty} y(x) \neq 0$?