Serie 1

1. Bestimmen Sie $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z, |z|, \arg z$, wenn für die komplexe Zahl z gilt

a)

$$|1/z| = 3, \ \arg \bar{z} = 240^\circ$$

b)

$$z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}$$

c)

$$|i\bar{z}| = 5, \ \operatorname{Re}(i\bar{z}) = 3$$

d)

$$\arg(i\bar{z}) = 300^\circ, \ \operatorname{Im} \frac{z}{i} = 2$$

Bitte wenden!

2. **a)** Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $z = a + ib$, $a,\ b \in \mathbb{R}$.

i)

$$z_1 = \frac{-\sqrt{3} + 1 - i(\sqrt{3} + 1)}{1 + i}$$

ii)

$$z_2 = e^{-i\pi/4}$$

iii)

$$z_3 = \frac{1}{e^{2\pi/3}}$$

iv)

$$z_4 = ie^{-i\pi/6}$$

b) Bestimmen Sie zusätzlich

i)

$$\arg z_1$$

ii)

$$(z_2)^2 z_3$$

iii)

$$\frac{z_3}{z_4}$$

3. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

a)

$$\frac{1}{5 + 16i}, \qquad \frac{1}{2 + 5i},$$

b)

$$(1 + i)^n + (1 - i)^n, \quad n \in \mathbb{N},$$

c)

$$\frac{z + 1}{z - 1}, \quad \text{mit } z = a + ib,\ a, b \in \mathbb{R},\ z \neq 1.$$

Siehe nächstes Blatt!

4. Online-Abgabe

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

Gilt für drei komplexe Zahlen z_1, z_2, z_3

$$\arg \frac{z_1}{z_2} = a, \quad \arg \frac{z_2}{z_3} = b$$

so ist $a + b = \arg \frac{z_1}{z_3}$.

◯ Wahr

◯ Falsch

Es gilt $(\sqrt{3} + i)^6(1 - i) = 64 + 64i$.

◯ Wahr

◯ Falsch

$i^i \notin \mathbb{R}$.

◯ Wahr

◯ Falsch

Seien $a, b \in \mathbb{R}$, so dass $(x + iy)^2 = a + ib$. Dann gilt

$$x = \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 - b^2}}{2}}, \quad y = \pm\sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2}}{2a}}.$$

◯ Wahr

◯ Falsch

Abgabe: Freitag, 1. März, in den Übungsstunden