

# PRÜFUNG IN MATHEMATIK III

## für die Studiengänge Agrar-, Erd-, Lebensmittel- und Umweltnaturwissenschaften

---

1. a) Skizzieren Sie den Graphen der  $2\pi$ -periodischen Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \pi - |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

- b) Stellen Sie die Funktion  $f$  durch eine Fourierreihe dar.

*Hinweis:* Nehmen Sie eine Fallunterscheidung nach der Parität der Indices vor.

2. a) Berechnen Sie den Fluss (von innen nach aussen) des Vektorfeldes

$$F(x, y, z) = \begin{pmatrix} \sqrt{y+5} \cos z \\ xy^2z \\ \ln(x+5) \ln(y+3) \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche des geraden dreieckigen Prismas der Höhe 3 mit den Grundflächenecken  $(-2, 0, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie den Satz von Gauss.

- b) Berechnen Sie die Funktion  $\operatorname{div} \operatorname{rot} F(x, y, z)$  für des Vektorfeld  $F$  in a).

3. Sei  $E$  die Schnittkurve der Ebene  $x = z$  mit dem geraden Kreiszyylinder über der Grundfläche  $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z = -10\}$ .

Berechnen Sie die Arbeit des Vektorfeldes

$$F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ y^2 \\ -(y^2 + z^2) \end{pmatrix}$$

längs  $E$  (wählen Sie selbst einen Umlaufsinn)

- a) direkt, d.h. indem Sie  $E$  parametrisieren.  
b) mit Hilfe des Satzes von Stokes.

**Bitte wenden!**

4. Zeigen Sie, dass für eine geeignete Funktion  $T(t)$  die Funktion

$$u(x, t) := T(t) (5e^x + e^{-3x})$$

eine Lösung der Differentialgleichung

$$u_{xx}(x, t) + 2u_x(x, t) + \frac{1}{t} u_t(x, t) = 0$$

ist und bestimmen Sie die allgemeinste Form dieser Funktion  $T(t)$ .